ثانوية
سلمان الفارسي
بنين

الفترة الدراسية
الثالثة والرابعة

مذكرة
الصف الحادي عشر
مادة
الرياضيات

أسئلة اختبارات وإجابات نموذجية

١١ع

العام الدراسي
٢٠١٤-٢٠١٥

وزارة التربية
الإدارة العامة لمنطقة الفروانية التعليمية
التوجيه الفني للرياضيات

اختبار الرياضيات
للصف الحادي عشر علمي

الفترة الدراسية الثالثة
العام الدراسي 2013 - 2014
الزمن : ساعة و نصف

أولاً : أسئلة المقال

(أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها)

السؤال الأول :

(a) أوجد ناتج : $\overline{\left(\dfrac{5+i}{2-3i}\right)}$ في الصورة الجبرية (6 درجات)

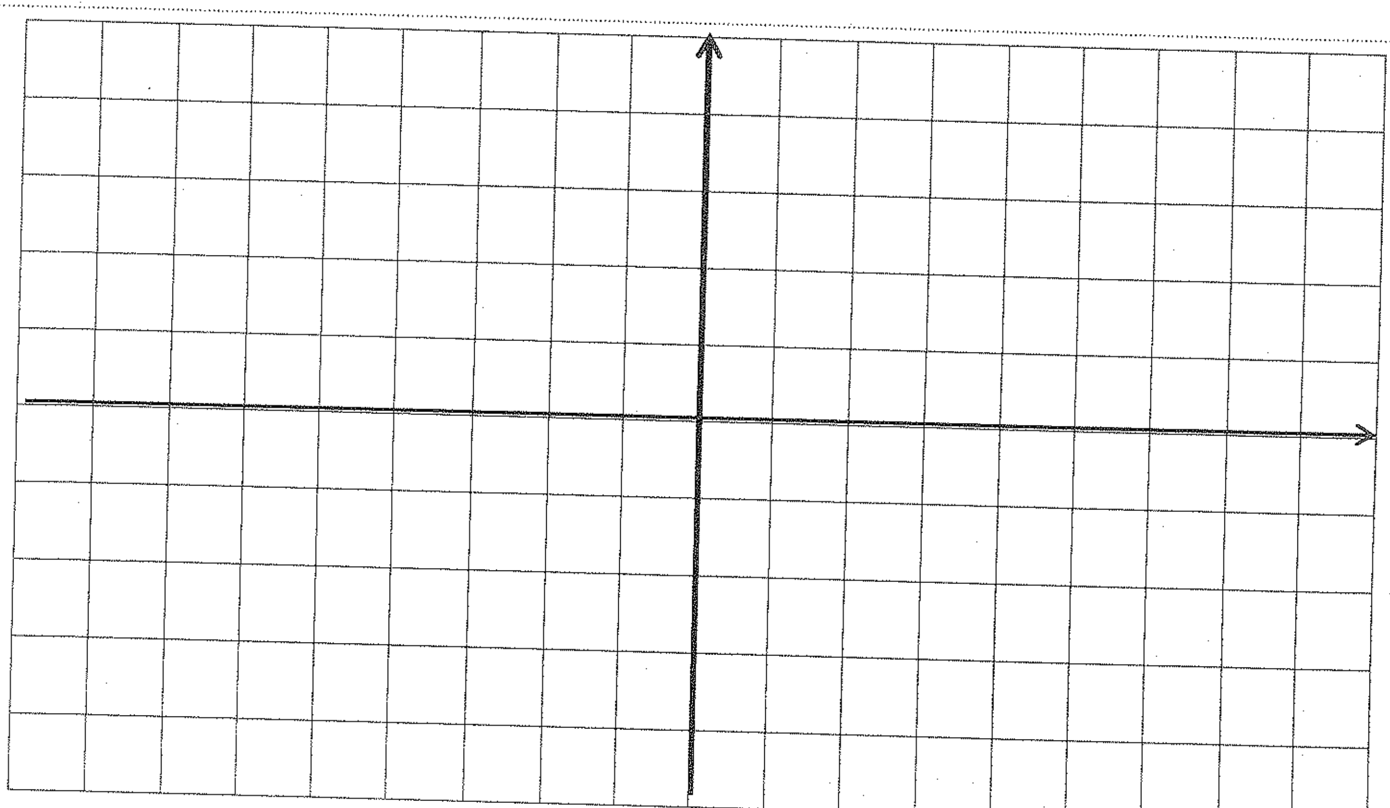
يتبع الصفحة الثانية

تابع السؤال الأول :

(6 درجات)

(b) أوجد السعة و الدورة ثم ارسم بيان الدالة :

$$y = -4 \sin 2x \quad , \quad x \in [-\pi , \pi]$$



يتبع الصفحة الثالثة

السؤال الثاني :

(a) ضع العدد المركب : $Z=-2+2\,i\sqrt{3}$ في الصورة المثلثية مستخدمًا السعة الأساسية (5 درجات)

يتبع الصفحة الرابعة

تابع السؤال الثاني :

(b) وضح كيف يمكن الحصول على التمثيل البياني للدالة : $y = 2\sin\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{4}\right) - 1$

باستخدام تحويلات الدالة المثلثية : $y = \sin x$ (5 درجات)

يتبع الصفحة الخامسة

السؤال الثالث :

(5 درجات)

(a) أوجد مجموعة حل المعادلة : $Z^2 - 2Z + 4 = 0$

يتبع الصفحة السادسة

تابع السؤال الثالث :

(b) حل $\Delta\ ABC$ حيث $a=3\,cm\ ,\ b=2\,cm\ ,\ \alpha=40^\circ$ (5 درجات)

يتبع الصفحة السابعة

ثانيًا : البنود الموضوعية

أولًا : في البنود (3 -1) ظلل دائرة الإجابة ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة ، ⓑ إذا كانت العبارة خاطئة :

(1) العدد $12+\sqrt{-16}$ في الصورة الجبرية يساوي $12-4i$

(2) الصورة الجبرية للعدد المركب : $Z=\sqrt{2}\,(cos\frac{7\pi}{4}+i\,sin\,\frac{7\pi}{4})$ هي : $Z=1-i$

(3) يمثل منحني الدالة : $f(x)=cos(x+4)$ إزاحة أفقية مقدارها 4 إلى اليسار لمنحنى الدالة :

$$g(x)=sin(x+\frac{\pi}{2})$$

ثانيًا : في البنود (8 - 4) لكل بند أربعة إختيارات – واحدة فقط منها صحيحة – ظلل في المكان المخصص للإجابة دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(4) الجذرين التربيعيين للعدد بالمركب : $Z=3+4i$ هي :

ⓐ $\pm(2i)$ ⓑ $\pm(\sqrt{3}+2i)$ ⓒ $\pm(2+i)$ ⓓ $\pm(2-i)$

(5) إذا كان : $AB=12\,cm$, $AC=17\,cm$, $BC=25\,cm$ فإن قياس الزاوية الكبرى في المثلث ABC يساوي حوالي :

ⓐ 100° ⓑ 118° ⓒ 120° ⓓ 125°

(6) مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه : $9\,cm$, $8\,cm$, $7\,cm$ هي :

ⓐ $6\sqrt{15}\,cm^2$ ⓑ $18\sqrt{3}\,cm^2$ ⓒ $16\sqrt{3}\,cm^2$ ⓓ $12\sqrt{5}\,cm^2$

(7) في المثلث : ABC إذا كان $m(\hat{A})=80^\circ$, $m(\hat{B})=40^\circ$, $AC=10\,cm$ فإن طول $\overline{AB}$ يساوي تقريبًا :

ⓐ $6.53\,cm$ ⓑ $7.43\,cm$ ⓒ $13.47\,cm$ ⓓ $8.43\,cm$

(8) معادلة الدالة المثلثية : $y=tan(bx)$ حيث الدورة $\frac{3}{4}$ هي :

ⓐ $y=tan(\frac{3}{4}x)$ ⓑ $y=tan(\frac{3}{4}\pi x)$

ⓒ $y=tan(\frac{4}{3}x)$ ⓓ $y=tan(\frac{4}{3}\pi x)$

يتبع الصفحة الثامنة

صفحة إجابة البنود الموضوعية

م	الاختيارات			
1	ⓐ	ⓑ		
2	ⓐ	ⓑ		
3	ⓐ	ⓑ		
4	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
5	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
6	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
7	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
8	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ

الدرجة :

8

مع تمنيات التوجيه الفنى للرياضيات بالتوفيق

الزمن : ساعتان ونصف
(الامتحان في8صفحات)

امتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعة للصف الحادي عشر علمي
المجال الدراسي الرياضيات - القسم العلمي - العام الدراسي 2013 / 2014 م

القسم الأول _ أسئلة المقال: (أجب عن جميع الأسئلة موضحا خطوات الحل)
(المقام أينما وجد لايساوي الصفر)

السؤال الأول:

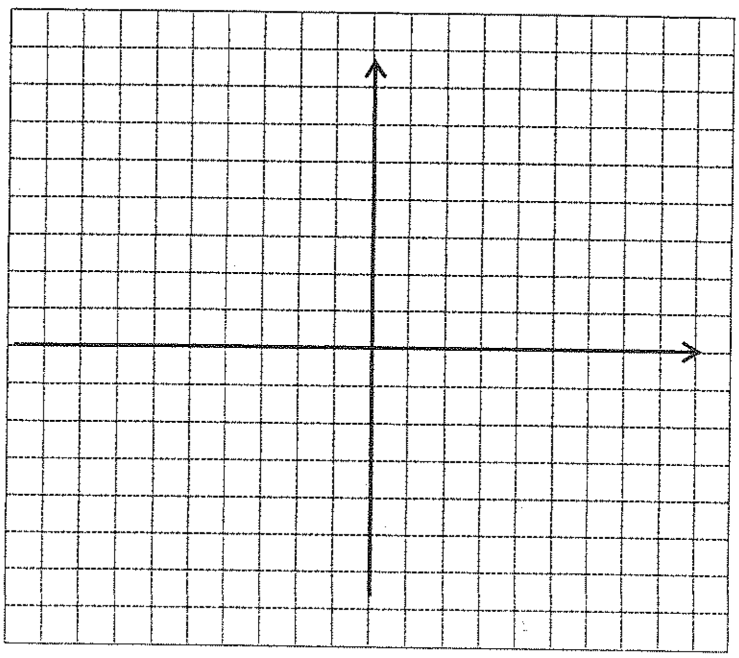
(a) أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $z = -3 + 4\,i$ (7 درجات)

الحل✍:

(b) أوجد السعة والدورة ثم ارسم دورة واحدة لبيان الدالة: (3 درجات)

$$y = 3\cos 2x$$

الحل✍:



السؤال الثاني :

(a) ABC مثلث فيه $a = 3cm\ ,\ \ b = 8\ cm\ \ ,\ c = 7\ cm$ (5 درجات)

أوجد : ❶ قياس أكبر زاوية

❷ مساحة سطح المثلث ABC مستخدماً قاعدة هيرون

الحل✍:

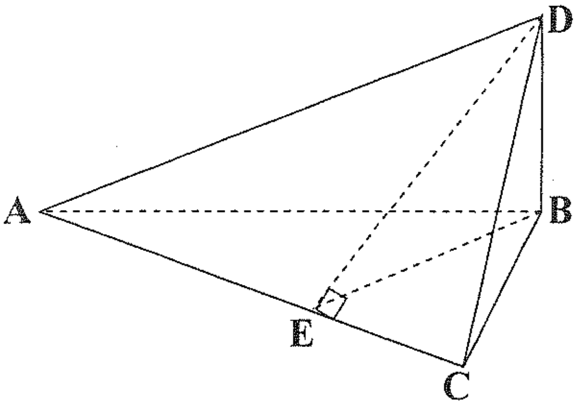
(b) في الشكل المقابل D نقطة خارج مستوى المثلث ABC (5 درجات)

$m(B\hat{A}C) = \frac{\pi}{6}$ ، $AB = 10cm$ ، $DB = 5cm$ ، $\overline{DB} \perp (ABC)$ ، $\overline{DE} \perp \overline{AC}$

، $\overline{BE} \perp \overline{AC}$ أوجد : ❶ BE

❷ قياس الزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC

الحل✍:

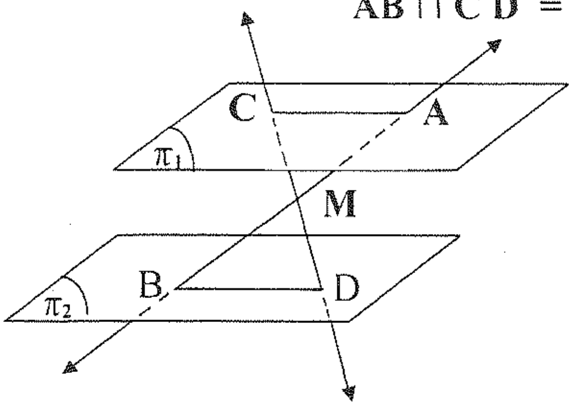


السؤال الثالث :

(a) في الشكل المقابل π_1 , π_2 مستويان متوازيان، M نقطة واقعة بينهما **(5 درجات)**

حيث: $\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{M\}$, $A, C \in \pi_1$, $B, D \in \pi_2$

أثبت أن $\dfrac{AM}{BM} = \dfrac{AC}{BD}$



الحل✍:

(b) حل المعادلة : $x \in [\,0\,, 2\pi\,)$, $2\cos x\ \sin x - \cos x = 0$ **(5 درجات)**

الحل✍:

السؤال الرابع :

(a) أثبت صحة المتطابقة : $\frac{\sec^2 x - 1}{\sin x} = \tan x . \sec x$ (4 درجات)

الحل ✍ :

(b) ❶ حل المعادلة : ${}_nC_2 = 105$ (3 درجات)

الحل ✍ :

❷ يستخدم حوالي 11% من الطلاب في أحد المدارس اليد اليسرى للكتابة.
يوجد في أحد الصفوف 30 طالبا، فما احتمال أن يكون 4 طلاب من هذا الصف يستخدمون اليد اليسرى للكتابة. (3 درجات)

الحل ✍ :

القسم الثاني – البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1- 4) عبارات ظلل في ورقة الإجابة ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة

ⓑ إذا كانت العبارة خاطئة .

(1)	إذا كان: $x\,i^2 + 3\,y\,i = 5 + 3\,i^5$ فإن $(x\,,y) = (-5\,,1)$
(2)	الدالة: $y = a \tan bx$ دالة دورية دورتها $\dfrac{\pi}{\lvert 2\,b \rvert}$
(3)	$\cos 6x \;=\; 2\cos^2 3x - 1$
(4)	إذا توازى مستقيمان ومر بهما مستويان متقاطعان فإن تقاطعهما هو مستقيم يوازي كلا من هذين المستقيمين

ثانياً : في البنود من (5- 10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(5) الصورة المثلثية للعدد $z = 2 - 2\sqrt{3}\; i$ حيث $\theta \in [\,0\,,\pi\,)$ هي:

ⓐ $z = 4\,(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3})$

ⓑ $z = 4\,(\cos\dfrac{5\pi}{3} + i\sin\dfrac{5\pi}{3})$

ⓒ $z = 4\,(\cos\dfrac{-\pi}{3} + i\sin\dfrac{-\pi}{3})$

ⓓ $z = 4\,(\cos\dfrac{5\pi}{3} - i\sin\dfrac{5\pi}{3})$

(6) يمثل بيان الدالة: $f(x) = 2\cos x - 1$ لمنحنى الدالة $g(x) = \cos x$:

ⓐ انكماشا رأسيا بمعامل $\dfrac{1}{2}$ وإزاحة إلى أعلى بمقدار وحدة واحدة

ⓑ تمددا رأسيا بمعامل 2 وإزاحة إلى أعلى بمقدار وحدة واحدة

ⓒ انكماشا رأسيا بمعامل $\dfrac{1}{2}$ وإزاحة إلى أسفل بمقدار وحدة واحدة

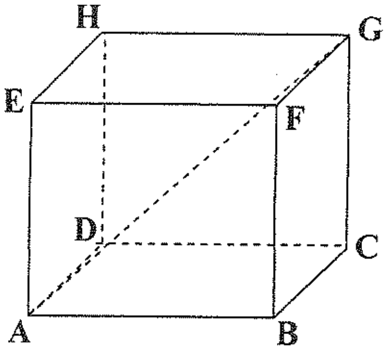
ⓓ تمددا رأسيا بمعامل 2 وإزاحة إلى أسفل بمقدار وحدة واحدة

(7) $\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$ يساوي:

ⓐ $\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x+\frac{1}{2}\cos x$ ⓑ $\frac{1}{2}(\sin x+\cos x)$

ⓒ $\frac{1}{2}\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x$ ⓓ $\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x-\frac{1}{2}\cos x$

(8) يمثل الشكل المقابل مكعباً إذا كان طول حرفه 3 cm فإن طول قطره $\overline{AG}$ يساوي :



ⓐ 18 cm ⓑ 9 cm

ⓒ $3\sqrt{3}$ cm ⓓ $\sqrt{3}$ cm

(9) الحدثان r , t متنافيان حيث $P(t)=\frac{3}{5}$, $P(r)=\frac{1}{3}$ يكون $P(t\cup r)$ يساوي:

ⓐ $\frac{1}{5}$ ⓑ $\frac{14}{15}$ ⓒ $\frac{4}{15}$ ⓓ 0

(10) في مفكوك $(3x+2y)^8$ الحد الذي يحوي x^3y^5 هو:

ⓐ T_3 ⓑ T_4 ⓒ T_5 ⓓ T_6

انتهت الأسئلة،،،،،،،،

ورقة إجابة الموضوعي

السؤال	الإجابة			
(1)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(2)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(3)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(4)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(5)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(6)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(7)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(8)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(9)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(10)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ

لكل بند درجة واحدة فقط

10

وزارة التربية الإدارة العامة لمنطقة الفروانية التعليمية التوجيه الفني للرياضيات	نموذج إجابة اختبار الرياضيات للصف الحادي عشر علمي	الفترة الدراسية الثالثة العام الدراسي 2013 - 2014 الزمن : ساعة و نصف

أولاً : الأسئلة المقالية

السؤال الأول : (12 درجات)

(a) أوجد ناتج : $\overline{\left(\dfrac{5+i}{2-3i}\right)}$ في الصورة الجبرية

الحل :

	توزيع الدرجات
$\overline{\left(\dfrac{5+i}{2-3i}\right)} = \dfrac{\overline{5+i}}{\overline{2-3i}} = \dfrac{5-i}{2+3i}$	1
$= \dfrac{5-i}{2+3i} \times \dfrac{2-3i}{2-3i}$	1
$= \dfrac{10-15i-2i+3i^2}{2^2+3^2}$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
$= \dfrac{10-15i-2i-3}{13}$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
$= \dfrac{(10-3)-(15+2)i}{13}$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
$= \dfrac{7-17i}{13}$	$\frac{1}{2}$
$= \dfrac{7}{13}-\dfrac{17}{13}i$	$\frac{1}{2}$
	6 درجات

(تراعى الحلول الأخرى)

(يتبع الصفحة الثانية)

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد السعة و الدورة ثم ارسم بيان الدالة :

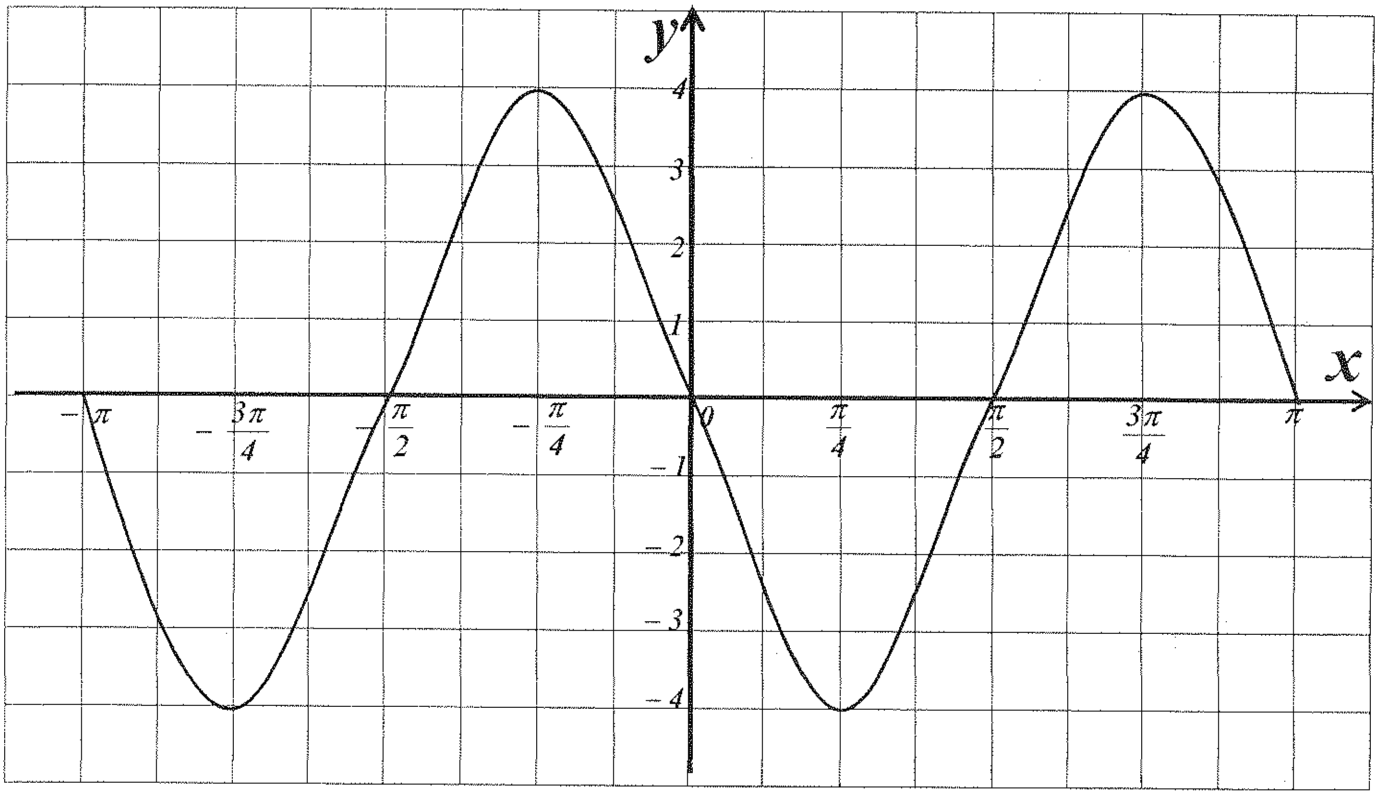
$$y = -4 \sin 2x \quad , \quad x \in [-\pi , \pi]$$

الحل: $a = -4 \ , \ b = 2$

السعة : $|a| = |-4| = 4$ $\boxed{\frac{1}{2}}$

الدورة : $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{2} = \pi$ ربع الدورة يساوي : $\frac{\pi}{4}$ $\boxed{\frac{1}{2}}$

X	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
2x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
Sin(2x)	0	1	0	-1	0
-4sin(2x)	0	-4	0	4	0



الرسم : 5 درجات

(تراعى الحلول الأخرى)

(يتبع الصفحة الثالثة)

(10 درجات)

السؤال الثاني :

(a) ضع العدد المركب : $Z=-2+2i\sqrt{3}$ في الصورة المثلثية مستخدمًا السعة الأساسية

الحل :

$x=-2 \quad , \quad y=2\sqrt{3}$ $\quad \frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$r=\sqrt{(-2)^2+(2\sqrt{3})^2}=\sqrt{16}=4$

نفرض أن α زاوية الإسناد للزاوية θ :

$$\tan\alpha=\left|\frac{y}{x}\right|=\left|\frac{2\sqrt{3}}{-2}\right|=\sqrt{3} \quad \Rightarrow \alpha=\frac{\pi}{3}$$ $\quad \frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$\because\ y>0 \ , \ x<0 \Rightarrow \theta$ تقع في الربع الثاني $\quad \frac{1}{2}$

$$\theta=\pi-\alpha=\pi-\frac{\pi}{3}=\frac{2\pi}{3}$$ $\quad \frac{1}{2}$

$$\therefore z=r(\cos\theta+i\sin\theta)=4\left(\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$$ $\quad 1$

5 درجات

(تراعى الحلول الأخرى)

(يتبع الصفحة الرابعة)

تابع السؤال الثاني :

(b) وضح كيف يمكن الحصول على التمثيل البياني للدالة : $y= 2\sin(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{4})-1$

باستخدام تحويلات الدالة المثلثية : $y= \sin x$

الحل:

$$y= 2\sin(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{4})-1 \quad \Rightarrow \quad y=2\sin\frac{1}{2}(x+\frac{\pi}{2})-1$$ $\frac{1}{2}$

بالمقارنة مع :

$$y=a\sin(b(x-\frac{h}{b}))+k$$

$$a=2 \;,\; b=\frac{1}{2} \;,\; \frac{h}{b}=\frac{\pi}{2} \;,\; k=-1$$ $\frac{1}{2}$

يمكن الحصول على التمثيل البياني للدالة f من التمثيل البياني للدالة $\sin x$ *عن طريق تطبيق التحويلات*

وفق الترتيب التالي :

أولًا) تمدد أفقي بمعامل : $\frac{1}{|b|}=\frac{1}{\frac{1}{2}}=2$ للحصول $\sin(\frac{1}{2}x)$ 1

ثانيًا) إزاحة أفقية إلى اليسار بمقدار $\frac{\pi}{2}$ للحصول على $\sin(\frac{1}{2}(x+\frac{\pi}{2}))$ 1

ثالثًا) تمدد رأسي بمعامل : $|a|=|2|=2$ للحصول على $2\sin(\frac{1}{2}(x+\frac{\pi}{2}))$ 1

رابعًا) إزاحة رأسية إلى الأسفل بمقدار : $k=1$ للحصول على $f(x)=2\sin(\frac{1}{2}(x+\frac{\pi}{2}))-1$ 1

5 درجات

(تراعى الحلول الأخرى)

(يتبع الصفحة الخامسة)

السؤال الثالث : (10 در جات)

(a) أوجد مجموعة حل المعادلة : $Z^2 - 2Z + 4 = 0$ (5 در جات)

نموذج إجابة

الحل:

$a = 1 \quad , \quad b = -2 \quad , \quad c = 4$

$\Delta = b^2 - 4ac$ | 1

$\Delta = (-2)^2 - 4(1)(4) = -12$

$\therefore Z = \dfrac{-(-2) \pm \sqrt{-12}}{2(1)}$ | 1

$Z_1 = \dfrac{2 + 2\sqrt{3}i}{2} = 1 + \sqrt{3}i$ | 1

$Z_1 = \dfrac{2 - 2\sqrt{3}i}{2} = 1 - \sqrt{3}i$ | 1

$\{1 + \sqrt{3}i \,, 1 - \sqrt{3}i\}$ | 1

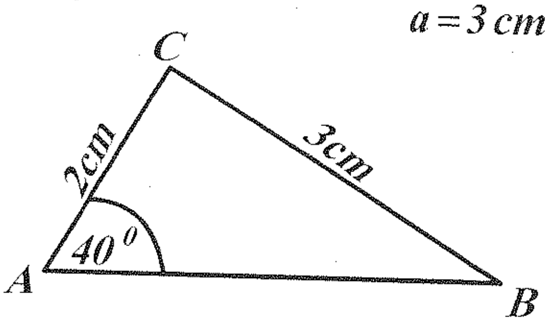
5 درجات

(يتبع الصفحة السادسة)

نموذج إجابة

تابع السؤال الثالث :

(b) حل ΔABC حيث $a = 3\,cm\ ,\ b = 2\,cm\ ,\ \alpha = 40^\circ$



الحل: بتطبيق قانوا الجيب :

$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b}$$

$$\frac{\sin 40^\circ}{3} = \frac{\sin\beta}{2}$$

$$\sin\beta = \frac{2\sin 40^\circ}{3} \approx 0.43$$

$\because \sin\beta > 0$

$\therefore$ توجد قيمتان للزاوية β حيث $0^\circ < \beta < 180^\circ$ تحققان أن $\sin\beta \approx 0.43$

$$\beta_1 \approx 25.4^\circ \quad , \quad \beta_2 \approx 154.6^\circ$$

و لكن الحالة $\beta_2 \approx 154.6^\circ$ مرفوضة لأن : $\alpha + \beta_2 \approx 154.6^\circ + 40^\circ \approx 194.6^\circ > 180^\circ$

باستخدام $\beta_1 \approx 25.4^\circ$ نجد أن :

$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta_1$$

$$\gamma \approx 180^\circ - 25.4^\circ - 40^\circ$$

$$\gamma \approx 114.6^\circ$$

بتطبيق قانون الجيب :

$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\gamma}{c}$$

$$\frac{\sin 40^\circ}{3} = \frac{\sin 114.6^\circ}{c}$$

$$c = \frac{3\sin 114.6^\circ}{\sin 40^\circ}$$

$$c \approx 4.24\,cm$$

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

5 درجات

(تراعى الحلول الأخرى)

يتبع الصفحة السابعة

نموذج إجابة

ثانيًا : البنود الموضوعية

أولًا : في البنود (1 - 3) ظلل دائرة الإجابة ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة ، ⓑ إذا كانت العبارة خاطئة :

(1) العدد $12+\sqrt{-16}$ في الصورة الجبرية يساوي $12-4i$ ✗

(2) الصورة الجبرية للعدد المركب : $Z=\sqrt{2}\,(\cos\frac{7\pi}{4}+i\sin\frac{7\pi}{4})$ هي : $Z=1-i$ ✓

(3) يمثل منحني الدالة : $f(x)=\cos(x+4)$ إزاحة أفقية مقدارها 4 إلى اليسار لمنحنى الدالة : ✓

$$g(x)=\sin(x+\frac{\pi}{2})$$

ثانيًا : في البنود (4 - 8) لكل بند أربعة إختيارات – واحدة فقط منها صحيحة – ظلل في المكان المخصص للإجابة دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(4) الجذرين التربيعيين للعدد يالمركب : $Z=3+4i$ هي :

ⓐ $\pm(2i)$ ⓑ $\pm(\sqrt{3}+2i)$ ⓒ $\pm(2+i)$ ⓓ $\pm(2-i)$

(5) إذا كان : $BC=25\,cm$, $AC=17\,cm$, $AB=12\,cm$ فإن قياس الزاوية الكبرى في المثلث ABC يساوي حوالي :

ⓐ 100° ⓑ 118° ⓒ 120° ⓓ 125°

(6) مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه : $9\,cm$, $8\,cm$, $7\,cm$ هي :

ⓐ $6\sqrt{15}\,cm^2$ ⓑ $18\sqrt{3}\,cm^2$ ⓒ $16\sqrt{3}\,cm^2$ ⓓ $12\sqrt{5}\,cm^2$

(7) في المثلث : ABC إذا كان $m(\hat{A})=80^\circ$, $m(\hat{B})=40^\circ$, $AC=10\,cm$ فإن طول $\overline{AB}$ يساوي تقريبًا :

ⓐ $6.53\,cm$ ⓑ $7.43\,cm$ ⓒ $13.47\,cm$ ⓓ $8.43\,cm$

(8) معادلة الدالة المثلثية : $y=\tan(bx)$ حيث الدورة $\frac{3}{4}$ هي :

ⓐ $y=\tan(\frac{3}{4}x)$ ⓑ $y=\tan(\frac{3}{4}\pi x)$

ⓒ $y=\tan(\frac{4}{3}x)$ ⓓ $y=\tan(\frac{4}{3}\pi x)$

يتبع الصفحة الثامنة

صفحة إجابة البنود الموضوعية

م	الاختيارات			
1	ⓐ	**ⓑ**		
2	**ⓐ**	ⓑ		
3	**ⓐ**	ⓑ		
4	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
5	ⓐ	**ⓑ**	ⓒ	ⓓ
6	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**
7	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
8	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**

لكل بند درجة واحدة

مع تمنيات التوجيه الفني للرياضيات بالتوفيق

الزمن : ساعتان ونصف
(الامتحان في 8 صفحات)

دوله الكويت
وزارة التربية

امتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعة للصف الحادي عشر علمي
المجال الدراسي الرياضيات - القسم العلمي - العام الدراسي 2013 / 2014 م

نموذج الإجابة

تراعى الحلول الأخرى

القسم الأول – أسئلة المقال

السؤال الأول:

(a) أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $z = -3 + 4\,i$ **(7 درجات)**

الحل: ليكن $w = m + n\,i$ جذرا تربيعيا للعدد z فيكون $w^2 = z$ — ½

$\therefore (m + n\,i)^2 = -3+4i \longrightarrow m^2 - n^2 + 2\,n\,m\,i = -3+4\,i$ — ½ + ½

$\therefore\ m^2 - n^2 = -3 \quad ....(1)$ — ½

$2\,m\,n = 4 \quad ....(2) \longrightarrow$ لهما نفس الإشارة $n\,,\,m$ — ½ + ½

$\because\ |w|^2 = |z| \longrightarrow (\sqrt{m^2+n^2}\ )^2 = \sqrt{(-3)^2 + (4)^2}$ — ½

$\therefore\ m^2 + n^2 = 5 \quad ....(3)$ — ½

من المعادلة (1)،(3) نجد أن:

$2\,m^2 = 2 \longrightarrow m = \pm 1$ — ½ + ½

$2\,n^2 = 8 \longrightarrow n = \pm 2$ — ½ + ½

$\therefore$ الجذران التربيعيان للعدد $z = -3 + 4\,i$ هما:

$w_1 = 1 + 2\,i \quad , \quad w_2 = -1 - 2\,i$ — ½ + ½

(b) أوجد السعة والدورة ثم ارسم دورة واحدة لبيان الدالة: (3 درجات)

$$y = 3\cos\ 2x$$

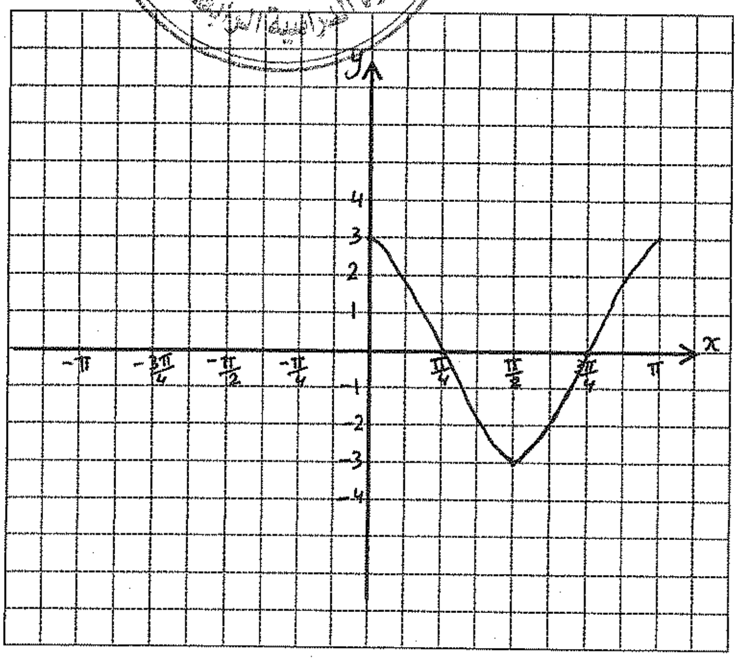
الحل:

السعة : $a = |3| = 3$ — ½

الدورة: $\dfrac{2\pi}{|b|} = \dfrac{2\pi}{|2|} = \pi$ — ½

ربع الدورة : $\dfrac{\pi}{4}$

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$2x$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos 2x$	1	0	-1	0	1
y	3	0	-3	0	3



تحديد النقاط على الرسم 1½

الشكل العام للمنحنى ½

نموذج الإجابة

السؤال الثاني :

(5 درجات)

(a) ABC مثلث فيه $a = 3$ cm , $b = 8$ cm , $c = 7$ cm

أوجد : (1) قياس أكبر زاوية

(2) مساحة سطح المثلث ABC مستخدماً قاعدة هيرون

الحل:

½ (1) قياس أكبر زاوية هو β لأنها تقابل أطول ضلع

1 $$\cos\beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

½ $$= \frac{3^2 + 7^2 - 8^2}{2\,(3)\,(7)} = \frac{-1}{7}$$

½ $$\therefore\ \beta \approx 98.21^\circ$$

(2)

½ $$s = \frac{1}{2}\,(a + b + c)$$

½ $$= \frac{1}{2}\,(3 + 8 + 7) = 9$$

1 $$\textbf{Area} = \sqrt{s\,(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{9(9-3)(9-8)(9-7)}$$

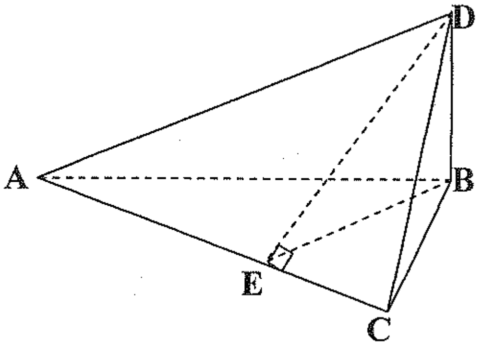
½ $$= \sqrt{108} = 6\sqrt{3}\ \text{cm}^2$$

نموذج الإجابة

(b) في الشكل المقابل D نقطة خارج مستوى المثلث ABC (5 درجات)

$\overline{DE} \perp \overline{AC}$ ، $\overline{DB} \perp (ABC)$ ، $DB = 5cm$ ، $AB = 10cm$ ، $m(B\hat{A}C) = \frac{\pi}{6}$ ، $\overline{BE} \perp \overline{AC}$ أوجد : (1) BE

(2) قياس الزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC



البرهان:

(1) في المستوى ABC:

½ $\because \overline{BE} \perp \overline{AC} \longrightarrow \therefore m(B\hat{E}A) = \frac{\pi}{2}$

½ $\because m(B\hat{A}C) = \frac{\pi}{6} \longrightarrow \Delta$ AEB ثلاثيني ستيني

½ $\therefore BE = \frac{1}{2} AB = 5$ cm

½ (2) $\overleftrightarrow{AC}$ هو خط تقاطع المستويين BAC , DAC

½ في المستوى BAC : $\overline{BE} \perp \overline{AC}$

½ في المستوى DAC : $\overline{DE} \perp \overline{AC}$

$\because \overleftrightarrow{AC}$ حافة الزاوية الزوجية بين المستويين

½ $\therefore$ الزاوية المستوية للزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC هي $B\hat{E}D$

½ $\because \overline{DB} \perp (ABC)$, $\overline{BE} \subset (ABC) \longrightarrow \therefore \overline{DB} \perp \overline{BE}$

½ + ½ $\therefore \Delta$ DBE قائم الزاوية في $\hat{B}$ وهو متطابق الضلعين $\longrightarrow m(B\hat{E}D) = \frac{\pi}{4}$

$\therefore$ قياس الزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC هي $\frac{\pi}{4}$

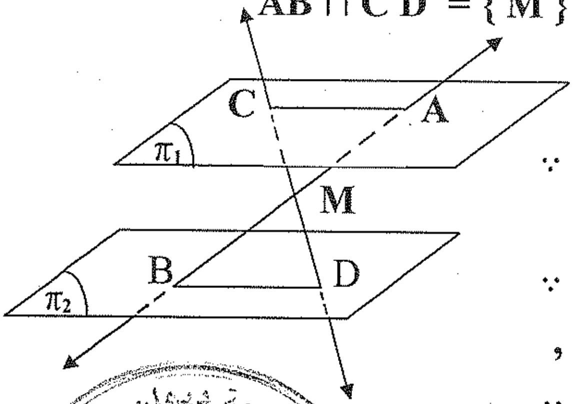
نموذج الإجابة

السؤال الثالث :

(a) في الشكل المقابل π_2 , π_1 مستويان متوازيان، M نقطة واقعة بينهما (5 درجات)

حيث: $\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{M\}, \quad A , C \in \pi_1 , \quad B , D \in \pi_2$

أثبت أن $\dfrac{AM}{BM} = \dfrac{AC}{BD}$



البرهان:

$\because \quad \overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{M\}$ ½

$\therefore$ يعينان مستوى وحيد هو (ADBC) ½

$\because \ (ADBC) \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{CA}$ ½

$, \ (ADBC) \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{BD}$ ½

$, \because \ \pi_1 \ // \ \pi_2$ ½

$\therefore \ \overleftrightarrow{CA} \ // \ \overleftrightarrow{BD}$ 1

في المستوى ADBC:

$\Delta BMD \sim \Delta AMC$ (لتطابق زواياهما) ½ + ½

وينتج أن : $\dfrac{AM}{BM} = \dfrac{AC}{BD}$ ½

(b) حل المعادلة : $2\cos x \ \sin x - \cos x = 0 \quad , x \in [\,0 , 2\pi\,)$ (5 درجات)

الحل:

$\cos x\,(\,2\sin x - 1\,) = 0$ ½

$\therefore \ \cos x = 0 \quad$ or $\quad 2\sin x - 1 = 0$ ½ + ½

$\therefore \ x = \dfrac{\pi}{2} \ , \ x = \dfrac{3\pi}{2}$ 1 + ½

$\sin x = \dfrac{1}{2}$

نفرض α هي زاوية الإسناد حيث $\sin\alpha = |\sin x|$

$= \left|\dfrac{1}{2}\right| = \dfrac{1}{2}$

$\therefore \ \alpha = \dfrac{\pi}{6}$ ½

$\because \ \sin x > 0$

$\therefore$ x تقع في الربع الأول أو الثاني

في الربع الأول: $x = \alpha = \dfrac{\pi}{6}$ ½

في الربع الثاني: $x = \pi - \alpha = \pi - \dfrac{\pi}{6} = \dfrac{5\pi}{6}$ ½ + ½

$\therefore$ حل المعادلة هو: $x = \dfrac{5\pi}{6} \ , \ x = \dfrac{\pi}{6} \ , \ x = \dfrac{3\pi}{2} \ , \ x = \dfrac{\pi}{2}$

السؤال الرابع :(a) أثبت صحة المتطابقة : $\dfrac{\sec^2 x - 1}{\sin x} = \tan x . \sec x$ (4 درجات)

الحل:

1	الطرف الأيسر $= \dfrac{\sec^2 x - 1}{\sin x} = \dfrac{\tan^2 x}{\sin x}$
1	$= \dfrac{\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}{\sin x}$
½	$= \dfrac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \times \dfrac{1}{\sin x}$
½	$= \dfrac{\sin x}{\cos^2 x}$
½ + ½	$= \dfrac{\sin x}{\cos x} \times \dfrac{1}{\cos x} = \tan x . \sec x =$ الطرف الأيمن

(b) ❶ حل المعادلة : $_nC_2 = 105$ (3 درجات)

الحل:

1	$\dfrac{n!}{(n-2)! \times 2!} = 105$
½	$\dfrac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)! \times 2!} = 105$
½	$n(n-1) = 210$
½ + ½	$n(n-1) = 15 \times 14 \longrightarrow n = 15$

❷ يستخدم حوالي 11% من الطلاب في أحد المدارس اليد اليسرى للكتابة.
يوجد في أحد الصفوف 30 طالبا، فما احتمال أن يكون 4 طلاب من هذا الصف يستخدمون اليد اليسرى للكتابة. (3 درجات)

الحل:

نفرض الحدث A : استخدام اليد اليسرى في الكتابة

الحدث B : عدم استخدام اليد اليسرى في الكتابة

الحدث E : 4 طلاب يستخدمون اليد اليسرى في الكتابة

½ + ½	$P(A) = m = \dfrac{11}{100} = 0.11 \quad , \quad P(B) = 1 - m = 0.89$
½	للحدث E يكون $n = 30 \ , \ k = 4$
	فيكون احتمال أن يكون 4 طلاب من هذا الصف يستخدمون اليد اليسرى للكتابة هو
½	$P(E) = {}_nC_k \ (m)^k \ (1 - m)^{n-k}$
½	$= {}_{30}C_4 \ (0.11)^4 \ (0.89)^{26}$
½	$= 0.19388$

نموذج الإجابة

القسم الثاني – البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1- 4) عبارات ظلل في ورقة الإجابة ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة

ⓑ إذا كانت العبارة خاطئة .

(1)	إذا كان: $x\,i^2 + 3\,y\,i = 5 + 3\,i^5$ فإن $(x\,,y) = (-5\,,1)$
(2)	الدالة: $y = \text{a} \tan bx$ دالة دورية دورتها $\dfrac{\pi}{\lvert 2\,b \rvert}$
(3)	$\cos 6x \;=\; 2\cos^2 3x - 1$
(4)	إذا توازى مستقيمان ومر بهما مستويان متقاطعان فإن تقاطعهما هو مستقيم يوازي كلا من هذين المستقيمين

ثانياً : في البنود من (5- 10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(5) الصورة المثلثية للعدد $z = 2 - 2\sqrt{3}\;i$ حيث $\theta \in [\,0\,,\pi\,)$ هي:

ⓐ $z = 4\,(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3})$

ⓑ $z = 4\,(\cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3})$

ⓒ $z = 4\,(\cos\frac{-\pi}{3} + i\sin\frac{-\pi}{3})$

ⓓ $z = 4\,(\cos\frac{5\pi}{3} - i\sin\frac{5\pi}{3})$

(6) يمثل بيان الدالة: $f\,(x) = 2\cos(x) - 1$ لمنحنى الدالة $g(x) = \cos x$:

ⓐ انكماشا رأسيا بمعامل $\frac{1}{2}$ وإزاحة إلى أعلى بمقدار وحدة واحدة

ⓑ تمددا رأسيا بمعامل 2 وإزاحة إلى أعلى بمقدار وحدة واحدة

ⓒ انكماشا رأسيا بمعامل $\frac{1}{2}$ وإزاحة إلى أسفل بمقدار وحدة واحدة

ⓓ تمددا رأسيا بمعامل 2 وإزاحة إلى أسفل بمقدار وحدة واحدة

نموذج الإجابة

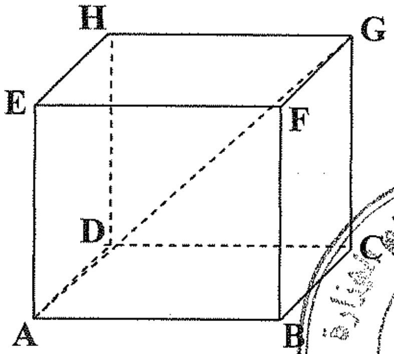
(7) $\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$ يساوي:

ⓐ $\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x+\frac{1}{2}\cos x$ ⓑ $\frac{1}{2}(\sin x+\cos x)$

ⓒ $\frac{1}{2}\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x$ ⓓ $\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x-\frac{1}{2}\cos x$

---

(8) يمثل الشكل المقابل مكعباً إذا كان طول حرفه 3 cm فإن طول قطره $\overline{AG}$ يساوي :



ⓐ 18 cm ⓑ 9 cm

ⓒ $3\sqrt{3}$ cm ⓓ $\sqrt{3}$ cm

---

(9) الحدثان r , t متنافيان حيث $P(t)=\frac{3}{5}$, $P(r)=\frac{1}{3}$ يكون $P(t\cup r)$ يساوي:

ⓐ $\frac{1}{5}$ ⓑ $\frac{14}{15}$ ⓒ $\frac{4}{15}$ ⓓ 0

---

(10) في مفكوك $(3x+2y)^8$ الحد الذي يحوي x^3y^5 هو:

ⓐ T_3 ⓑ T_4 ⓒ T_5 ⓓ T_6

انتهت الأسئلة،،،،،،،

نموذج الإجابة

ورقة إجابة الموضوعي

السؤال	الإجابة			
(1)	**ⓐ**	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(2)	ⓐ	**ⓑ**	ⓒ	ⓓ
(3)	**ⓐ**	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(4)	**ⓐ**	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(5)	ⓐ	**ⓑ**	ⓒ	ⓓ
(6)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**
(7)	**ⓐ**	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(8)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(9)	ⓐ	**ⓑ**	ⓒ	ⓓ
(10)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**

لكل بند درجة واحدة فقط

10