



القسم الأول : أسئلة المقال أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول :

(أ) ضع ما يلي في الصورة المثلثية

$$Z = -2 - 2i$$

السؤال الأول :

(ب) حل المثلث $A B C$

حيث $a = 2 \text{ cm}$, $b = 3 \text{ cm}$, $\gamma = 60^\circ$

السؤال الثاني :

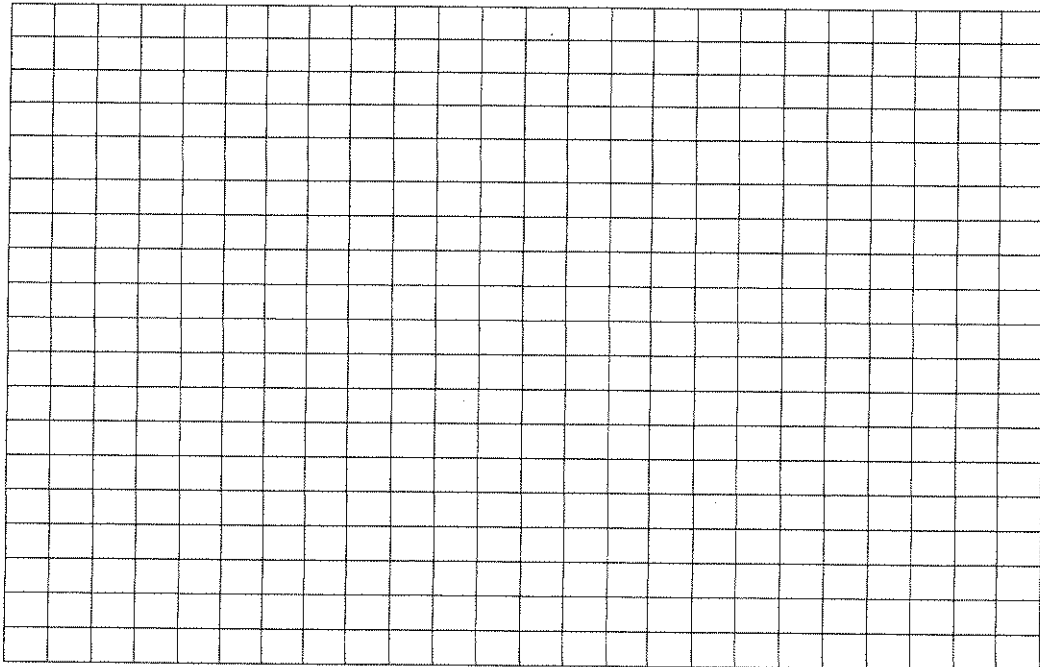
(أ) أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب

$$Z = 7 - 24i$$

10

السؤال الثاني :

(ب) أوجد السعة والدورة للدالة $y = 3 \cos 2x$
ثم ارسم بيانها



10

السؤال الثالث :

(أ) اذا كان $Z_1 = 1 + 2i$ $Z_2 = 3 - i$

أوجد $\frac{Z_1}{Z_2}$

السؤال الثالث :

(ب) أوجد مساحة المثلث ABC حيث :
 $a = 7 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$, $c = 8 \text{ cm}$

الأسئلة الموضوعية

أولا : في البنود من (1-3) ظلل الدائرة (a) إذا كانت الإجابة صحيحة

والدائرة (b) إذا كانت الإجابة خاطئة

معادلة الدالة المثلثية $y = \tan(bx)$ حيث الدورة $\frac{3}{4}$ هي $y = \tan \frac{4}{3} \pi x$

1

مجموعة حل المعادلة $z^2 - 4z + 5 = 0$ هي: $\{2 + i, -2 + i\}$

2

$\forall n \in \mathbb{Z}^+$ فإن قيمة $(i^{2n+2} + i^{2n+8}) = 1$

3

ثانيا : في البنود من (4-8) لكل بند اربع اختيارات واحدة فقط منها صحيحة ظلل دائرة الاجابه الصحيحة

الاحداثيات الديكارتية للنقطة : $A(4, \frac{5\pi}{3})$ هي:

4

(a) $A(2, 2\sqrt{3})$

(b) $A(-2, 2\sqrt{3})$

(c) $A(-2, -2\sqrt{3})$

(d) $A(2, -2\sqrt{3})$

إذا كان $z_1 = 1 + 4i$ ، $z_2 = 5 + i$ فإن $(z_1 + z_2) - z_2$ تساوي:

5

(a) $1 - 2i$

(b) $-1 + 2i$

(c) $1 + 2i$

(d) $-1 - 2i$

6 يمثل منحنى الدالة $f(x) = 6 \sin(x + 4)$ لمنحنى الدالة $g(x) = \sin x$

- (a) تمعدداً أفقياً معاملته 4 وازاحة أفقية مقدارها 6 وحدات الى اليمين
- (b) تمعدداً رأسياً معاملته 6 وازاحة رأسية مقدارها 4 وحدات الى لاسفل
- (c) تمعدداً رأسياً معاملته 6 وازاحة أفقية مقدارها 4 وحدات الى اليسار
- (d) تمعدداً أفقياً معاملته 6 وازاحة رأسية مقدارها 4 وحدات الى الاعلى

7 مثلث قياسات زواياه : $50^\circ, 60^\circ, 70^\circ$ ، إذ كان طول اصغر ضلع فيه هو 9 cm فإن طول أطول ضلع يساوي تقريباً :

- (a) 11 cm (b) 12 cm (c) 11.5 cm (d) 12.5 cm

8 مساحة مثلث متطابق الاضلاع طول ضلعه a هي:

- (a) $\frac{a \sqrt{3}}{2} \text{ unit s}^2$ (b) $\frac{a}{2} \text{ unit s}^2$
- (c) $\frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \text{ unit s}^2$ (d) $a^2 \text{ unit s}^2$

انتهت الأسئلة

القسم الأول : أسئلة المقال أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول :

(أ) ضع ما يلي في الصورة المثلثية

$$Z = -2 - 2i$$

الحل :-

$$\frac{1}{r} + \frac{1}{r}$$

$$x = -2, y = -2$$

$$\frac{1}{r} + \frac{1}{r}$$

$$r = |Z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

نفرض ان α زاوية لإسناد

$$\frac{1}{r}$$

$$\tan \alpha = \left| \frac{y}{x} \right| = \left| \frac{-2}{-2} \right| = 1$$

$$\frac{1}{r}$$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$\therefore x < 0, y < 0$$

$$\frac{1}{r}$$

$\therefore \theta$ تقع في الربع الثالث

$$\frac{1}{r}$$

$$\therefore \theta = \pi + \alpha = \pi + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4}$$

الصورة المثلثية هي

1

$$Z = 2\sqrt{2} \left(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right)$$

تراجعى حلول لإخرى

△

السؤال الأول :

(ب) حل المثلث ABC

حيث $a = 2 \text{ cm}$, $b = 3 \text{ cm}$, $\gamma = 60^\circ$

الحل :-

يجب إيجاد β , α و c

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma \\ &= 4 + 9 - 12 \cos 60^\circ \\ &= 13 - 12 \times \frac{1}{2} = 7 \end{aligned}$$

$$\therefore c = \sqrt{7} \text{ cm}$$

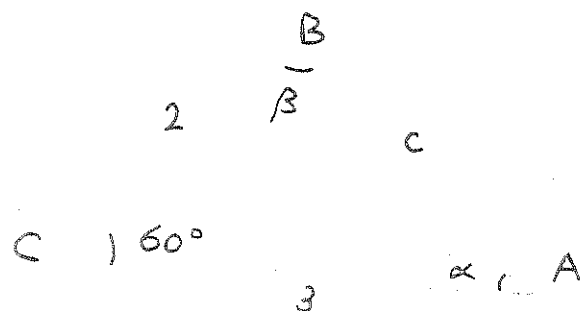
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \\ &= \frac{9 + 7 - 4}{2 \times 3 \times \sqrt{7}} = \frac{12}{6\sqrt{7}} \end{aligned}$$

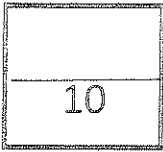
$$\alpha \cong 40.9^\circ$$

$$\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{4 + 7 - 9}{4\sqrt{7}} = \frac{2}{4\sqrt{7}}$$

$$\beta \cong 79.1^\circ$$



تراجعى كلود لاخرى



السؤال الثاني :

(أ) أوجد الجذرين التربيعين للعدد المركب

$$Z = 7 - 24i$$

الحل :-

ليكن $w = m + ni$ جذراً تربيعياً للعدد Z فيكون $w^2 = Z$

$\frac{1}{2}$

$$(m + ni)^2 = 7 - 24i$$

$\frac{1}{2}$

$$m^2 - n^2 + 2mni = 7 - 24i$$

$\frac{1}{2}$

$$m^2 - n^2 = 7 \dots\dots(1)$$

$\frac{1}{2}$

$$2mn = -24 \dots\dots(2)$$

$\frac{1}{2}$

$$|w|^2 = |Z| \Rightarrow (\sqrt{m^2 + n^2})^2 = \sqrt{(7)^2 + (24)^2}$$

$\frac{1}{2}$

$$m^2 + n^2 = 25 \dots\dots(3)$$

$$m^2 + n^2 = 25$$

$$m^2 - n^2 = 7$$

جمع المعادلتين (1) و (3)

$\frac{1}{2}$

$$2m^2 = 32 \Rightarrow m^2 = 16 \Rightarrow m = \pm 4$$

$\frac{1}{2}$

$$n^2 = 9 \Rightarrow n = \pm 3 \text{ بالتعويض في (1) نحصل على}$$

$\frac{1}{2}$

$$2mn = -24 \text{ ، } -24 < 0$$

نستنتج ان m ، n لهما اشارتان مختلفتان

الجذران التربيعيان للعدد المركب $7 - 24i$ هما

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$w_1 = 4 - 3i \text{ ، } w_2 = -4 + 3i$$

Δ

تراجعى لجلول الأخرى

السؤال الثاني :

(ب) أوجد السعة والدورة للدالة $y = 3 \cos 2x$ ثم ارسم بيانها

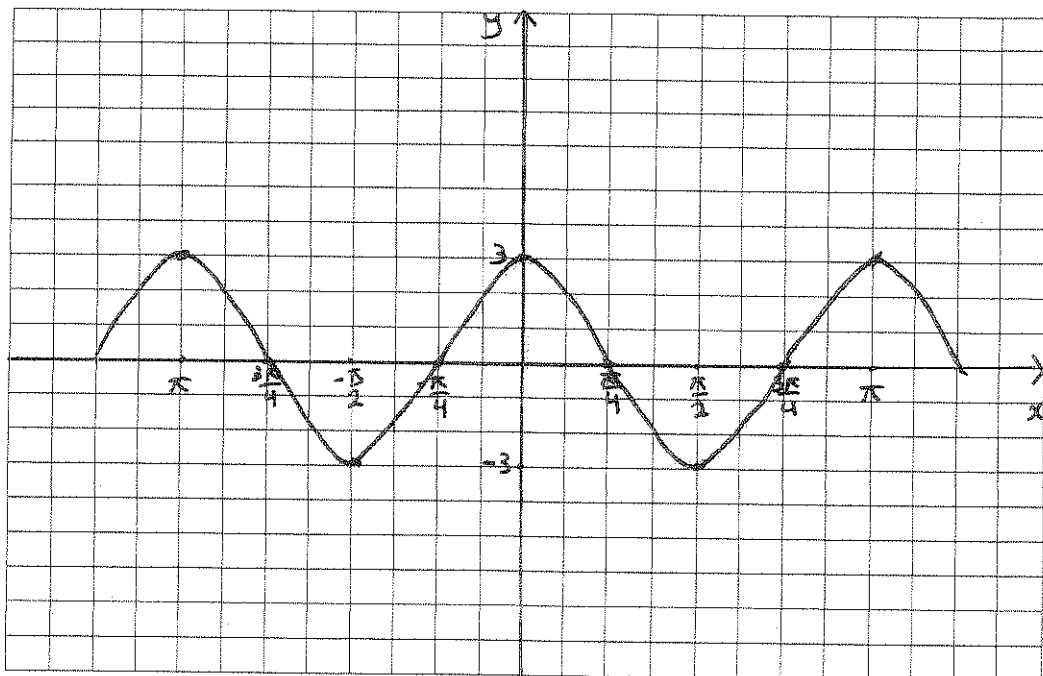
الحل :- الداله $y = 3 \cos 2x$ داله دوريه

السعه : $|a| = |3| = 3$

الدوره : $\frac{2\pi}{2} = \pi$

ربع دوره = $\frac{\pi}{4}$

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$2x$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos 2x$	1	0	-1	0	1
$y = 3 \cos 2x$	3	0	-3	0	3



ترامى الجداول كالتالي

10

السؤال الثالث :

(أ) إذا كان $Z_2 = 3 - i$ $Z_1 = 1 + 2i$

أوجد $\frac{Z_1}{Z_2}$

الحل :-

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{1 + 2i}{3 - i}$$

$$= \frac{1 + 2i}{3 - i} \times \frac{3 + i}{3 + i}$$

$$= \frac{(1 + 2i)(3 + i)}{9 + 1}$$

$$= \frac{3 + i + 6i - 2}{10}$$

$$= \frac{1 + 7i}{10}$$

$$= \frac{1}{10} + \frac{7}{10}i$$

تدعى الحلول الأخرى

السؤال الثالث :

(ب) أوجد مساحة المثلث ABC حيث :

$$a = 7 \text{ cm} , \quad b = 5 \text{ cm} , \quad c = 8 \text{ cm}$$

الحل :

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} (a+b+c) \\ &= \frac{1}{2} (7+5+8) \\ &= 10 \end{aligned}$$

باستخدام قاعدة هيرون

$$\begin{aligned} \text{Area} &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \\ &= \sqrt{10(10-7)(10-5)(10-8)} \\ &= 10\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\text{Area} \approx 17.32 \text{ cm}^2$$

مساحة المثلث تساوي $10\sqrt{3} \text{ cm}^2$ أي حوالي 17.32 cm^2

تراجعى الجواب الآخر يا

الأسئلة الموضوعية

أولا: في البنود من (1-3) ظلل الدائرة (a) إذا كانت الإجابة صحيحة

والدائرة (b) إذا كانت الإجابة خاطئة

معادلة الدالة المثلثية $y = \tan(bx)$ حيث الدورة $\frac{3}{4}$ هي $y = \tan \frac{4}{3} \pi x$

1

مجموعة حل المعادلة $z^2 - 4z + 5 = 0$ هي: $\{2+i, -2+i\}$

2

$\forall n \in \mathbb{Z}^+$ فإن قيمة $(i^{2n+2} + i^{2n+8}) = 1$

3

ثانيا: في البنود من (4-8) لكل بند اربع اختيارات واحدة فقط منها صحيحة ظلل دائرة الاجابة الصحيحة

الاحداثيات الديكارتية للنقطة: $A(4, \frac{5\pi}{3})$ هي:

4

(a) $A(2, 2\sqrt{3})$

(b) $A(-2, 2\sqrt{3})$

(c) $A(-2, -2\sqrt{3})$

(d) $A(2, -2\sqrt{3})$

إذا كان $z_1 = 1 + 4i$ ، $z_2 = 5 + i$ فإن $(z_1 + z_2) - z_2$ تساوي:

5

(a) $1 - 2i$

(b) $-1 + 2i$

(c) $1 + 2i$

(d) $-1 - 2i$

6 يمثل منحنى الدالة $f(x) = 6 \sin(x + 4)$ لمنحنى الدالة $g(x) = \sin x$

- (a) تمدها أفقياً معامله 4 وازاحة أفقية مقدارها 6 وحدات الى اليمين
(b) تمدها رأسيًا معامله 6 وازاحة رأسية مقدارها 4 وحدات الى لاسفل
(c) تمدها رأسيًا معامله 6 وازاحة أفقية مقدارها 4 وحدات الى اليسار
(d) تمدها أفقياً معامله 6 وازاحة رأسية مقدارها 4 وحدات الى الاعلى

7 مثلث قياسات زواياه : $50^\circ, 60^\circ, 70^\circ$ ، إذ كان طول اصغر ضلع فيه هو 9 cm فإن طول أطول ضلع يساوي تقريباً :

- (a) 11 cm (b) 12 cm (c) 11.5 cm (d) 12.5 cm

8 مساحة مثلث متطابق الاضلاع طول ضلعه a هي:

- (a) $\frac{a \sqrt{3}}{2} \text{ unit s}^2$ (b) $\frac{a}{2} \text{ unit s}^2$
(c) $\frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \text{ unit s}^2$ (d) $a^2 \text{ unit s}^2$

انتهت الأسئلة

جدول الإجابات الموضوعية

الرقم	الإجابات			
1		(b)	(c)	(d)
2	(a)		(c)	(d)
3	(a)		(c)	(d)
4	(a)	(b)	(c)	
5	(a)	(b)		(d)
6	(a)	(b)		(d)
7		(b)	(c)	(d)
8	(a)	(b)		(d)

8

10

أولاً : الأسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل

السؤال الأول :(a) أوجد ناتج قسمة $5+2i$ على $3-4i$ في الصورة الجبرية $x + y i$

الحل :

5

(b) ضع العدد $z = -2 + 2\sqrt{3}i$ في الصورة المثلثية $r(\cos \theta + i \sin \theta)$

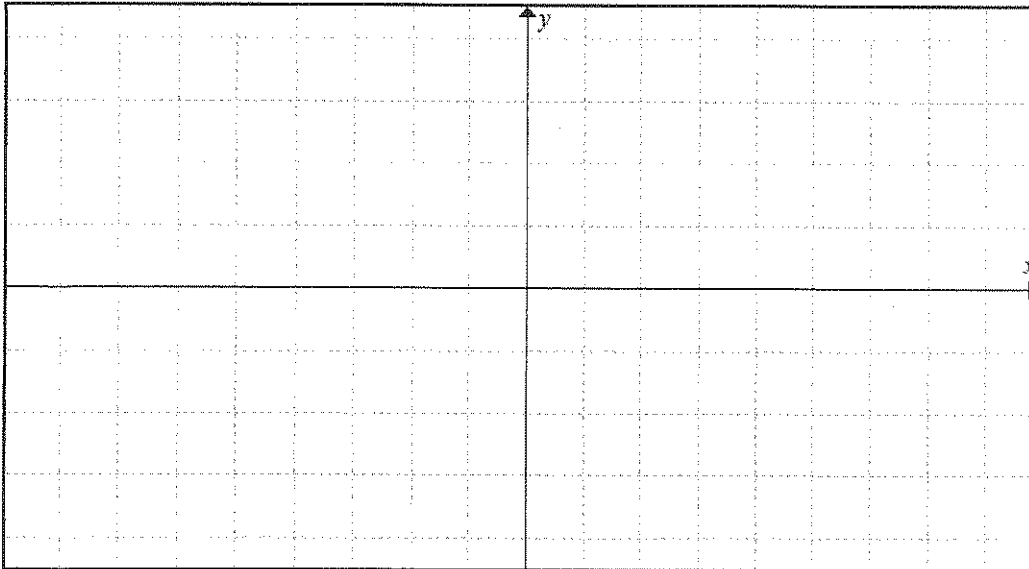
الحل :

5

(a) أوجد مجموعة الحل للمعادلة $z^2 = 6z - 25$ في مجموعة الأعداد المركبة C
الحل :

5

(b) أوجد السعة والدورة للدالة التالية ثم ارسم بيانها
 $y = -4 \cos 2x$, $-\pi \leq x \leq \pi$
الحل :



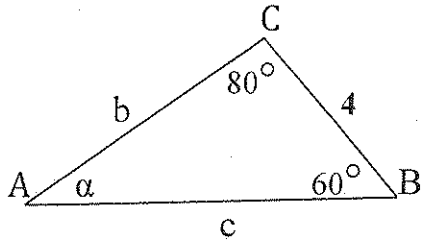
5

12

السؤال الثالث :

a) في الشكل المقابل : حل $\triangle ABC$ حيث $\gamma = 80^\circ$, $\beta = 60^\circ$, $a = 4 \text{ cm}$

الحل :

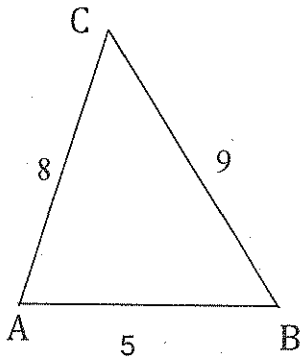


6

$a = 9 \text{ cm}$, $b = 8 \text{ cm}$, $c = 5 \text{ cm}$

(b) في الشكل المقابل : $\triangle ABC$ فيه أوجد قياس الزاوية الأكبر

الحل :



6

ثانياً الأسئلة الموضوعية :

أولاً: في البنود من (3 - 1) ظلل في صفحة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة، (b) إذا كانت العبارة خطأ

$$z^{-1} = \frac{1}{7}i \Rightarrow z = 7i \quad (1)$$

(2) الجذران التربيعيان للعدد المركب $7 - 24i$ هما $(-4 + 3i)$ ، $(4 - 3i)$

(3) الإحداثيات القطبية للنقطة $p(6, \frac{5\pi}{6})$ في الصورة الديكارتية (x, y) تكون $(-3\sqrt{3}, 3)$

ثانياً : في البنود من (8 - 4) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في صفحة الإجابة دائرة الرمز التي تدل على الإجابة الصحيحة :

(4) لتكن $f(x) = 2\tan 3x$ فإن

السعة = $\frac{3}{2}$ (d) ليس لها سعة (c) السعة = 3 (b) السعة = 2 (a)

(5) إذا كان $(m + ni)^2 = 3 - 4i$ حيث $m, n \in R$ فإن $m^2 + n^2 =$

3 (d) 25 (c) 5 (b) 4 (a)

(6) عدد دورات بيان الدالة $y = \tan 2x$ في الفترة $(-\frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{4})$ يساوي

4 (d) 3 (c) 2 (b) 1 (a)

7 (يمكن الحصول على التمثيل البياني للدالة $y_2 = \sin \frac{1}{2} x$ من التمثيل البياني للدالة $y_1 = \sin x$ وذلك ب

- (a) انكماش أفقي معاملته $\frac{1}{2}$ (b) انكماش أفقي معاملته 2
(c) تمدد أفقي معاملته 2 (d) تمدد أفقي معاملته $\frac{1}{2}$

8 (مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه 24 cm , 7 cm , 25 cm هي :

- (a) 84 cm^2 (b) 300 cm^2 (c) 30 cm^2 (d) 56 cm^2

10

أولاً : الأسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل

السؤال الأول :

(a) أوجد ناتج قسمة $5+2i$ على $3-4i$ في الصورة الجبرية $x + yi$

الحل :

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} + 1 \quad & \frac{5+2i}{3-4i} = \frac{5+2i}{3-4i} \times \frac{3+4i}{3+4i} \\
 1 + 1 \quad & = \frac{15 + 20i + 6i + 8i^2}{3^2 + 4^2} \\
 1 \quad & = \frac{15 - 8 + 20i + 6i}{9 + 16} = \frac{7 + 26i}{25} \\
 \frac{1}{2} \quad & = \frac{7}{25} + \frac{26}{25}i
 \end{aligned}$$

5

(b) ضع العدد $z = -2 + 2\sqrt{3}i$ في الصورة المثلثية $r(\cos \theta + i \sin \theta)$

الحل :

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} \quad & z = -2 + 2\sqrt{3}i \\
 \frac{1}{2} \quad & x = -2 \quad \text{و} \quad y = 2\sqrt{3} \\
 1 \quad & r = |z| = \sqrt{(-2)^2 + (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{4 + 12} = \sqrt{16} = 4 \\
 & \text{نقصره } \alpha \text{ قياس زاوية الدوران للزاوية } \theta \\
 1 \quad & \therefore \tan \alpha = \left| \frac{y}{x} \right| = \left| \frac{2\sqrt{3}}{-2} \right| = \sqrt{3} \\
 \frac{1}{2} \quad & \therefore \alpha = \frac{\pi}{3} \\
 & \because x < 0 \text{ و } y > 0 \\
 & \therefore \theta \text{ تقع في الربع الثاني} \\
 \frac{1}{2} \quad & \therefore \theta = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} \\
 1 \quad & \therefore \text{الصورة المثلثية هي :} \\
 & \therefore z = 4 \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right)
 \end{aligned}$$

5

تراجع لطور الأخرى في جميع الأسئلة

السؤال الثاني :

10

(a) أوجد مجموعة الحل للمعادلة $z^2 = 6z - 25$ في مجموعة الأعداد المركبة C
الحل :

$$z^2 - 6z + 25 = 0$$

نحسب أولًا المميز $a = 1$, $b = -6$, $c = 25$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 36 - 4(1)(25) = 36 - 100 = -64 < 0$$

$$\therefore z = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$z = \frac{6 \pm \sqrt{-64}}{2} = \frac{6 \pm 8i}{2} = 3 \pm 4i$$

$$\therefore \text{مجموعة الحل} = \{3 + 4i, 3 - 4i\}$$

(b) أوجد السعة والدورة للدالة التالية ثم ارسم بيانها

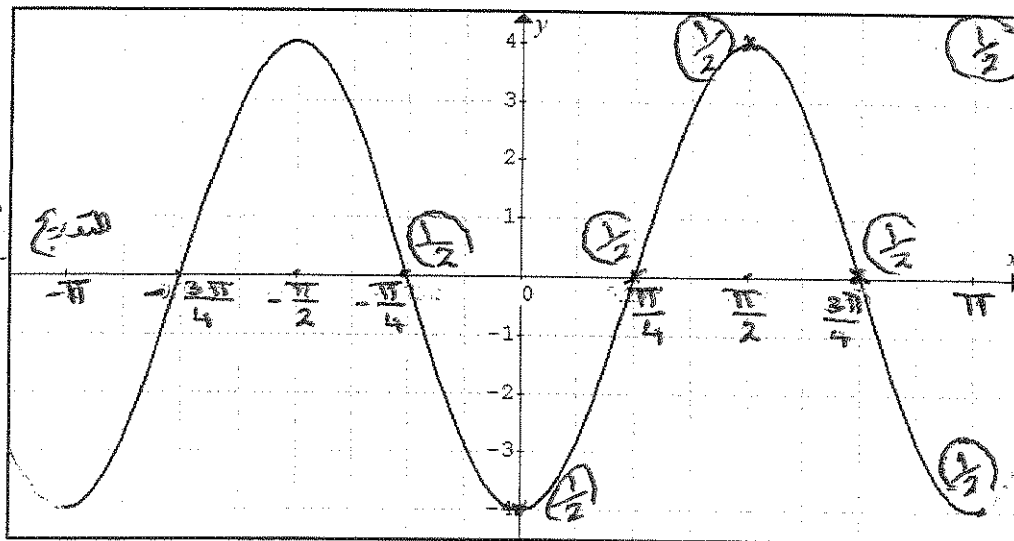
$$y = -4 \cos 2x, \quad -\pi \leq x \leq \pi$$

الحل :

السعة : $|a| = |-4| = 4$

الدورة : $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{2} = \pi$

رجع الدورة = $\frac{\pi}{4}$



البيانات 3 درجات والتمثيل 1 درجة

البيانات 3 درجات والتمثيل 1 درجة

وجود الجداول 1/2 درجة

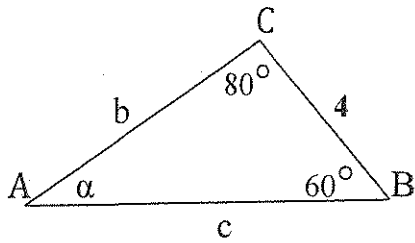
x	0	$\pi/4$	$\pi/2$	$3\pi/4$	π
2x	0	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	2π
$\cos 2x$	1	0	-1	0	1
$-4\cos 2x$	-4	0	4	0	-4

12

السؤال الثالث :

(a) في الشكل المقابل : حل $\triangle ABC$ حيث $a = 4 \text{ cm}$, $\gamma = 80^\circ$, $\beta = 60^\circ$,

الحل :



$$\alpha = 180^\circ - (60^\circ + 80^\circ) = 40^\circ$$

قانون الجيب :

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

$$\therefore \frac{\sin 40^\circ}{4} = \frac{\sin 60^\circ}{b} = \frac{\sin 80^\circ}{c}$$

$$\therefore b = \frac{4 \times \sin 60^\circ}{\sin 40^\circ} \Rightarrow b \approx \frac{4 \times 0.866}{0.643} \therefore b \approx 5.4 \text{ cm}$$

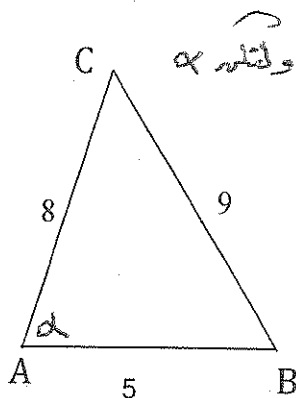
$$\therefore c = \frac{4 \times \sin 80^\circ}{\sin 40^\circ} \Rightarrow c \approx \frac{4 \times 0.985}{0.643} \therefore c \approx 6.1 \text{ cm}$$

6

$a = 9 \text{ cm}$, $b = 8 \text{ cm}$, $c = 5 \text{ cm}$

(b) في الشكل المقابل : $\triangle ABC$ فيه
قياس الزاوية الأكبر
أوجد

الحل :



نضع الأطوال في المثلث بقاى الزاوية التي قياها الأكبر ونعلم α

قانون جيب التمام :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$\therefore \cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\therefore \cos \alpha = \frac{64 + 25 - 81}{2 \times 8 \times 5} = \frac{8}{80} = \frac{1}{10}$$

$$\therefore \alpha \approx 84.3^\circ$$

6

ثانياً الأسئلة الموضوعية :

أولاً: في البنود من (3 - 1) ظلل في صفحة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة ، (b) إذا كانت العبارة خطأ

$$z^{-1} = \frac{1}{7}i \Rightarrow z = 7i \quad (1)$$

(2) الجذران التربيعيان للعدد المركب $7 - 24i$ هما $(-4 + 3i)$ ، $(4 - 3i)$

(3) الإحداثيات القطبية للنقطة $p(6, \frac{5\pi}{6})$ في الصورة الديكارتية (x, y) تكون $(-3\sqrt{3}, 3)$

ثانياً : في البنود من (8 - 4) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في صفحة الإجابة دائرة الرمز التي تدل على الإجابة الصحيحة :

(4) لتكن $f(x) = 2\tan 3x$ فإن

السعة = $\frac{3}{2}$ (d) ليس لها سعة (c) السعة = 3 (b) السعة = 2 (a)

(5) إذا كان $(m + ni)^2 = 3 - 4i$ حيث $m, n \in R$ فإن $m^2 + n^2 =$

3 (d) 25 (c) 5 (b) 4 (a)

(6) عدد دورات بيان الدالة $y = \tan 2x$ في الفترة $(-\frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{4})$ يساوي

4 (d) 3 (c) 2 (b) 1 (a)

7) يمكن الحصول على التمثيل البياني للدالة $y_2 = \sin \frac{1}{2}x$ من التمثيل البياني للدالة $y_1 = \sin x$ وذلك ب

(a) انكماش أفقي معاملته $\frac{1}{2}$ (b) انكماش أفقي معاملته 2

(c) تمدد أفقي معاملته 2 (d) تمدد أفقي معاملته $\frac{1}{2}$

8) مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه 24 cm , 7 cm , 25 cm هي :

(a) 84 cm^2 (b) 300 cm^2 (c) 30 cm^2 (d) 56 cm^2

ثانياً : إجابة البنود الموضوعية

رقم البند	الإجابة الصحيحة
1	☐ a ☒ b
2	☒ a ☐ b
3	☒ a ☐ b
4	☐ a ☐ b ☒ c ☐ d
5	☐ a ☒ b ☐ c ☐ d
6	☐ a ☐ b ☐ c ☒ d
7	☐ a ☐ b ☒ c ☐ d
8	☒ a ☐ b ☐ c ☐ d

عدد الإجابات الصحيحة

المراجع

المصحح

8

الدرجة

(6 درجات)

السؤال الأول:

(a) إذا كان

$$z_1 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} i \right)$$

فأوجد : $(z_1)^3$

(2) ضع العدد

$$z_2 = 2(\cos 150^\circ - i \sin 30^\circ)$$

في الصورة الجبرية

الحل:

(6 درجات)

تابع السؤال الاول:

(b) أوجد الجذرين التربيعين للعدد المركب

$$z = 3 + 4i$$

الحل:

(5 درجات)

السؤال الثاني:

(a) مثلث ABC فيه $a = 8 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$, $c = 7 \text{ cm}$

أوجد قياس الزاوية α

ثم أوجد مساحة المثلث ABC

الحل:

تابع السؤال الثاني:

(5 درجات)

(b) أوجد السعة والدوره للداله ثم ارسم بيانها

$$y = -2\cos 4x \quad : \quad 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$

الحل:

(a) وضح كيف يمكن الحصول على التمثيل البياني للدالة:

$$f(x) = \sin(2 - x) + 4$$

باستخدام التحويلات المثلثية للدالة $g(x) = \sin x$

الحل:

تابع السؤال الثالث:

(5 درجات)

(b) حل ΔABC حيث فيه:

$$a = 7 \text{ cm} , \quad b = 6 \text{ cm} , \quad \alpha = 26.3^\circ$$

الحل:

(الأسئلة الموضوعية)

أولاً: في البنود (1 - 3) ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلل (b) إذا كانت العبارة خاطئة :-

(1) مرافق العدد المركب : $z = 3 + 4i$ هو : $\bar{z} = -3 - 4i$

(2) الأحداثيات القطبية للنقطة : $M(\frac{-\sqrt{2}}{2}, \frac{-\sqrt{2}}{2})$ هي : $B(1, \frac{5\pi}{4})$

(3) مجموعة حل المعادلة : $z^2 - 4z + 5 = 0$ هي $\{-2 - i, 2 + i\}$

ثانياً :- في البنود (4 - 8) لكل بند أربعة اختيارات واحد منها صحيح فقط ، أختار الإجابة الصحيحة ثم

ظلل الرمز الدال على ذلك .

(4) أبسط صورة للتعبير $(3 + \sqrt{-4})(4 + \sqrt{-9})$ هي:

a	$18 + 17i$	b	$18 + 3\sqrt{-9} + 4\sqrt{-4}$	c	$6 + 17i$	d	18
---	------------	---	--------------------------------	---	-----------	---	----

(5) الأحداثيات الديكارتية للنقطة : $A(4, \frac{5\pi}{4})$ هي:

a	$A(2, 2\sqrt{3})$	b	$A(-2, 2\sqrt{3})$	c	$A(-2, -2\sqrt{3})$	d	$A(2, -2\sqrt{3})$
---	-------------------	---	--------------------	---	---------------------	---	--------------------

(6) حل المعادلة $(3 - 4i)z = 5 - 2i$ هو

a	$\frac{5}{3} + \frac{1}{2}i$	b	$\frac{5}{3} - \frac{1}{2}i$	c	$\frac{23}{25} + \frac{14}{25}i$	d	$\frac{23}{25} - \frac{14}{25}i$
---	------------------------------	---	------------------------------	---	----------------------------------	---	----------------------------------

(7) معادلة الدالة المثلثية $y = a\cos(bx)$ حيث السعة 4 والدورة 6 يمكن أن تكون:

a	$y = \frac{1}{4}\cos(\frac{x}{3})$	b	$y = -4\cos(\frac{\pi}{3}x)$
c	$y = -4\cos(\frac{3}{\pi}x)$	d	$y = 4\cos(\frac{x}{3})$

(8) مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه 7 cm , 8 cm , 9 cm هي :

a	$6\sqrt{15}\text{ cm}^2$	b	$12\sqrt{5}\text{ cm}^2$
c	$16\sqrt{3}\text{ cm}^2$	d	$18\sqrt{3}\text{ cm}^2$

(6 درجات)

السؤال الأول:

(a) 1) إذا كان

$$z_1 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} i \right)$$

فاوجد : $(z_1)^3$

2) ضع العدد

$$z_2 = 2(\cos 150^\circ - i \sin 30^\circ)$$

في الصورة الجبرية

الحل:

$$z_2^3 = z_1 \cdot z_1^2$$

$$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} i \right) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} i \right)^2$$

$$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} i \right) \left(\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2} i + \frac{1}{4} i^2 \right)$$

$$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} i \right) \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i \right)$$

$$= i$$

(2)

$$z_2 = 2 \left(\frac{-\sqrt{3}}{2} - i \left(\frac{1}{2} \right) \right)$$

$$z_2 = 2 \left(\frac{-\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} i \right)$$

$$z_2 = -\sqrt{3} - i$$

$\frac{1}{2}$

1

1

$\frac{1}{2}$

1

1

1



(b) أوجد الجذرين التربيعين للعدد المركب

$$z = 3 + 4i$$

الحل

ليكن $w = m + ni$ جذراً تربيعياً للعدد z ، فيكون $w^2 = z$

$$(m + ni)^2 = 3 + 4i$$

$$m^2 - n^2 + 2mni = 3 + 4i$$

$$\therefore \begin{cases} m^2 - n^2 = 3 & (1) \\ 2mn = 4 & (2) \end{cases}$$

$$|w|^2 = |z|$$

$$(\sqrt{m^2 + n^2})^2 = (\sqrt{(3)^2 + (4)^2})^2$$

$$m^2 + n^2 = 5 \quad (3)$$

بجمع المعادلتين (1) ، (3) :

$$\begin{cases} m^2 + n^2 = 5 & (3) \\ m^2 - n^2 = 3 & (1) \end{cases}$$

$$2m^2 = 8 \implies m^2 = 4 \implies m = \pm 2$$

بالتعويض في (1) :

$$n^2 = 1 \implies n = \pm 1$$

$$2mn = 4$$

اذن m, n لهما نفس الاشارة

$$m = 2, n = 1 \text{ أو } m = -2, n = -1$$

الجذران التربيعيان للعدد المركب $z = 3 + 4i$ هما :

$$w_1 = 2 + i, w_2 = -2 - i$$

(a) مثلث ABC فيه $a = 8 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$, $c = 7 \text{ cm}$

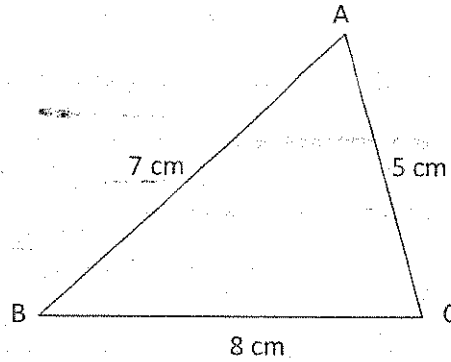
أوجد قياس الزاوية α

ثم أوجد مساحة المثلث ABC

الحل:

ليكن α قياس الزاوية المحصورة بين الضلعين $\overline{AB}$, $\overline{AC}$

بإستخدام قانون جيب التمام يمكننا إيجاد $\cos \alpha$:



$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos \alpha = \frac{25 + 49 - 64}{2 \times 5 \times 7} = \frac{10}{70} = \frac{1}{7}$$

$$\alpha \cong 81^\circ 47' 12''$$

نوجد مساحة المثلث ABC بإستخدام $Area = \frac{1}{2} b c \sin \alpha$:

$$Area = \frac{1}{2} \times 5 \times 7 \times \frac{4\sqrt{3}}{7}$$

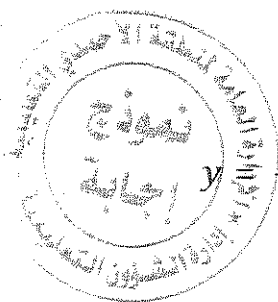
$$Area = 10\sqrt{3} \approx 17.32 \text{ cm}^2$$

أو نوجد المساحة بإستخدام قاعدة هيرون

تابع السؤال الثاني:

(b) أوجد السعة والدوره للداله ثم ارسم بيانها

(5 درجات)



$$y = -2\cos 4x \quad : \quad 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$

الحل:

1

$$|a| = |-2| = 2$$

السعة

1

$$\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

الدوره

$\frac{1}{2}$

$$\frac{\pi}{8}$$

ربع الدوره

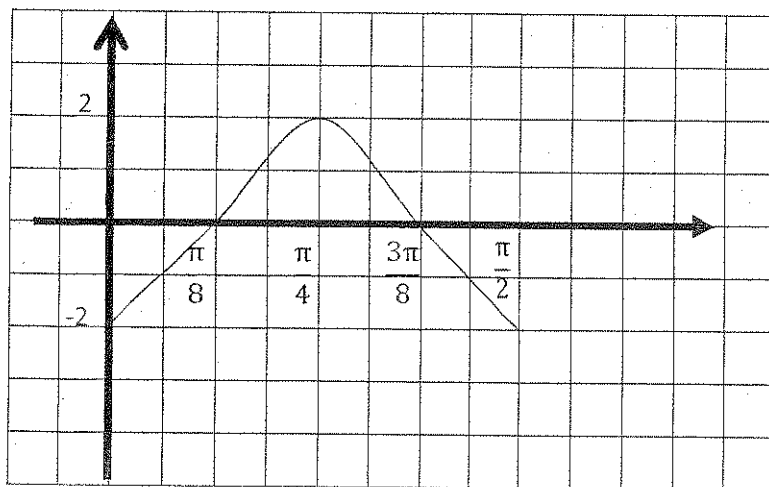
x	0	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{\pi}{2}$
4x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
cos4x	1	0	-1	0	1
Y	-2	0	2	0	-2

الرسم $\frac{1}{2}$

النقاط الداخليه

$\frac{1}{2} \times 3$

الشكل العام 1



(5 درجات)

السؤال الثالث:

(a) وضع كيف يمكن الحصول على التمثيل البياني للدالة:

$$f(x) = \sin(2 - x) + 4$$

باستخدام التحويلات المثلثية للدالة $g(x) = \sin x$

الحل:

$$f(x) = \sin(2 - x) + 4$$

$$= \sin(-(x - 2)) + 4$$

$$= -\sin(x - 2) + 4$$

$$y = a \sin\left(b\left(x - \frac{h}{b}\right)\right) + k \quad \text{بالمقارنة مع}$$

$$a = -1, \quad b = 1, \quad \frac{h}{b} = 2, \quad k = 4 \quad \text{نجد أن}$$

يمكن الحصول على التمثيل البياني للدالة f من التمثيل البياني للدالة $g(x) = \sin x$ عن طريق:

أولاً: إزاحة أفقية إلى اليمين بمقدار $\frac{h}{b} = 2$ للحصول على $\sin(x - 2)$

ثانياً: انعكاس في محور السينات للحصول على $-\sin(x - 2)$

ثالثاً: إزاحة رأسية إلى الأعلى بمقدار $k = 4$ للحصول على:

$$f(x) = \sin(2 - x) + 4$$

وتكون السعة: $|a| = |-1| = 1$

ودوره الدالة: $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$

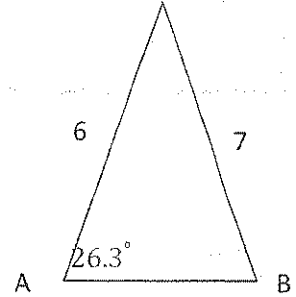
(5 درجات)

تابع السؤال الثالث:

(b) حل $\triangle ABC$ حيث فيه:

$$a = 7 \text{ cm} , \quad b = 6 \text{ cm} , \quad \alpha = 26.3^\circ$$

الحل



$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b}$$

$$\frac{\sin 26.3}{7} = \frac{\sin \beta}{6}$$

$$\sin \beta = 0.379 \Rightarrow \beta \approx 22.3^\circ$$

أو $\beta = 157.7^\circ$ مرفوض

$$\gamma = 180 - (26.3 + 22.3) = 131.4^\circ$$

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

$$\frac{\sin 26.3}{7} = \frac{\sin 131.4}{c}$$

$$c \approx 11.9 \text{ cm}$$

(الأسئلة الموضوعية)

أولاً: في البنود (1 - 3) ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلل (b) إذا كانت العبارة خاطئة :-



(1) مرافق العدد المركب $z = 3 + 4i$ هو $\bar{z} = -3 - 4i$

(2) الأحداثيات القطبية للنقطة $M(\frac{-\sqrt{2}}{2}, \frac{-\sqrt{2}}{2})$ هي $B(1, \frac{5\pi}{4})$

(3) مجموعة حل المعادلة $z^2 - 4z + 5 = 0$ هي $\{-2 - i, 2 + i\}$

ثانياً :- في البنود (4 - 8) لكل بند أربعة اختيارات واحد منها صحيح فقط ، أختار الإجابة الصحيحة ثم

ظلل الرمز الدال على ذلك .

(4) أبسط صورة للتعبير $(3 + \sqrt{-4})(4 + \sqrt{-9})$ هي:

a	$18 + 17i$	b	$18 + 3\sqrt{-9} + 4\sqrt{-4}$	c	$6 + 17i$	d	18
---	------------	---	--------------------------------	---	-----------	---	----

(5) الأحداثيات الديكارتية للنقطة $A(4, \frac{5\pi}{4})$ هي:

a	$A(2, 2\sqrt{3})$	b	$A(-2, 2\sqrt{3})$	c	$A(-2, -2\sqrt{3})$	d	$A(2, -2\sqrt{3})$
---	-------------------	---	--------------------	---	---------------------	---	--------------------

(6) حل المعادلة $(3 - 4i)z = 5 - 2i$ هو

a	$\frac{5}{3} + \frac{1}{2}i$	b	$\frac{5}{3} - \frac{1}{2}i$	c	$\frac{23}{25} + \frac{14}{25}i$	d	$\frac{23}{25} - \frac{14}{25}i$
---	------------------------------	---	------------------------------	---	----------------------------------	---	----------------------------------

(7) معادلة الدالة المثلثية $y = a\cos(bx)$ حيث السعة 4 والدورة 6 يمكن أن تكون:

a	$y = \frac{1}{4}\cos(\frac{x}{3})$	b	$y = -4\cos(\frac{\pi}{3}x)$
c	$y = -4\cos(\frac{3}{\pi}x)$	d	$y = 4\cos(\frac{x}{3})$

(8) مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه 7 cm , 8 cm , 9 cm هي :

a	$6\sqrt{15}\text{ cm}^2$	b	$12\sqrt{5}\text{ cm}^2$
c	$16\sqrt{3}\text{ cm}^2$	d	$18\sqrt{3}\text{ cm}^2$

إجابة البثوث الموضوعية



رقم السؤال	الأجابة			
1	(a)	●		
2	●	(b)		
3	(a)	●		
4	(a)	(b)	●	(d)
5	(a)	(b)	●	(d)
6	(a)	(b)	●	(d)
7	(a)	●	(d)	(d)
8	(a)	●	(c)	(d)



الفترة الدراسية الثالثة
العام الدراسي 2013 - 2014
الزمن : ساعة و نصف

اختبار الرياضيات
للمصف الحادي عشر علمي

وزارة التربية
الإدارة العامة لمنطقة الفروانية التعليمية
التوجيه الفني للرياضيات

أولاً : أسئلة المقال

(أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها)

السؤال الأول :

(6 درجات)

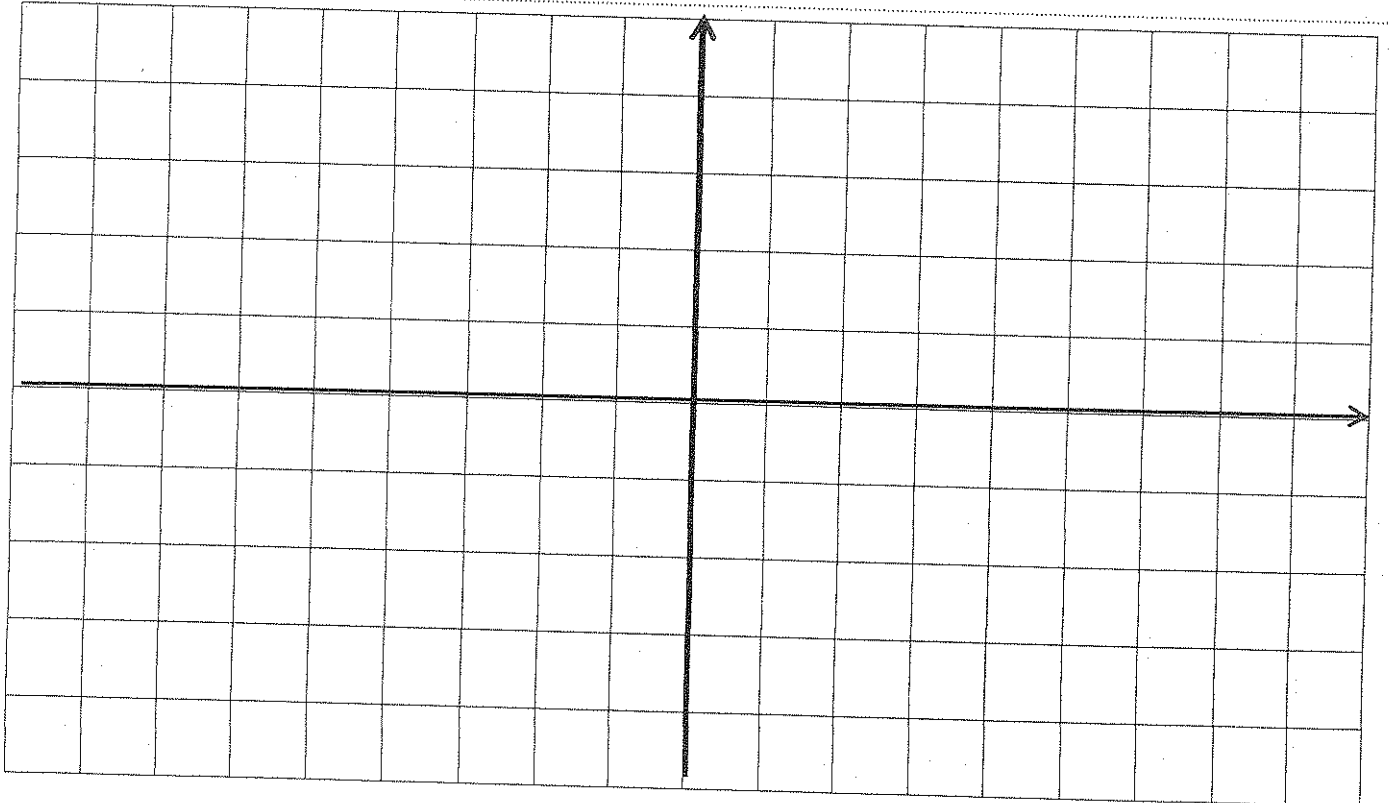
(a) أوجد ناتج : $\left(\frac{5+i}{2-3i} \right)$ في الصورة الجبرية

تابع السؤال الأول :

(6 درجات)

(b) أوجد السعة و الدورة ثم ارسم بيان الدالة :

$$y = -4 \sin 2x, \quad x \in [-\pi, \pi]$$



السؤال الثاني :

(a) ضع العدد المركب : $Z = -2 + 2i\sqrt{3}$ في الصورة المثلثية مستخدماً السعة الأساسية (5 درجات)

تابع السؤال الثاني :

(b) وضح كيف يمكن الحصول على التمثيل البياني للدالة : $y = 2 \sin\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{4}\right) - 1$

(5 درجات)

باستخدام تحويلات الدالة المثلثية : $y = \sin x$

السؤال الثالث :

(5 درجات)

$$Z^2 - 2Z + 4 = 0$$

(a) أوجد مجموعة حل المعادلة :

تابع السؤال الثالث :

(5 درجات)

(b) حل ΔABC حيث $a = 3 \text{ cm}$, $b = 2 \text{ cm}$, $\alpha = 40^\circ$

ثانيًا : البنود الموضوعية

أولًا : في البنود (1-3) ظلل دائرة الإجابة @ إذا كانت العبارة صحيحة ، @ إذا كانت العبارة خاطئة :

(1) العدد $\sqrt{-16} + 12$ في الصورة الجبرية يساوي $12 - 4i$

(2) الصورة الجبرية للعدد المركب : $Z = \sqrt{2} (\cos \frac{7\pi}{4} + i \sin \frac{7\pi}{4})$ هي : $Z = 1 - i$

(3) يمثل منحنى الدالة : $f(x) = \cos(x + 4)$ إزاحة أفقية مقدارها 4 إلى اليسار لمنحنى الدالة :

$$g(x) = \sin(x + \frac{\pi}{2})$$

ثانيًا : في البنود (4-8) لكل بند أربعة إختيارات - واحدة فقط منها صحيحة - ظلل في المكان المخصص للإجابة دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(4) الجذرين التربيعين للعدد المركب : $Z = 3 + 4i$ هي :

(a) $\pm(2i)$ (b) $\pm(\sqrt{3} + 2i)$ (c) $\pm(2 + i)$ (d) $\pm(2 - i)$

(5) إذا كان : $AB = 12 \text{ cm}$, $AC = 17 \text{ cm}$, $BC = 25 \text{ cm}$ فإن قياس الزاوية الكبرى في المثلث ABC يساوي حوالي :

(a) 100° (b) 118° (c) 120° (d) 125°

(6) مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه : 7 cm , 8 cm , 9 cm هي :

(a) $6\sqrt{15} \text{ cm}^2$ (b) $18\sqrt{3} \text{ cm}^2$ (c) $16\sqrt{3} \text{ cm}^2$ (d) $12\sqrt{5} \text{ cm}^2$

(7) في المثلث : ABC إذا كان $AC = 10 \text{ cm}$, $m(\hat{B}) = 40^\circ$, $m(\hat{A}) = 80^\circ$ فإن طول $\overline{AB}$ يساوي تقريبًا :

(a) 6.53 cm (b) 7.43 cm (c) 13.47 cm (d) 8.43 cm

(8) معادلة الدالة المثلثية : $y = \tan(bx)$ حيث الدورة $\frac{3}{4}$ هي :

(a) $y = \tan(\frac{3}{4}x)$ (b) $y = \tan(\frac{3}{4}\pi x)$
(c) $y = \tan(\frac{4}{3}x)$ (d) $y = \tan(\frac{4}{3}\pi x)$

أولاً : الأسئلة المقالية

(12 درجات)

السؤال الأول :

(a) أوجد ناتج : $\overline{\left(\frac{5+i}{2-3i}\right)}$ في الصورة الجبرية

الحل :

$$\overline{\left(\frac{5+i}{2-3i}\right)} = \frac{\overline{5+i}}{\overline{2-3i}} = \frac{5-i}{2+3i}$$

$$= \frac{5-i}{2+3i} \times \frac{2-3i}{2-3i}$$

$$= \frac{10-15i-2i+3i^2}{2^2+3^2}$$

$$= \frac{10-15i-2i-3}{13}$$

$$= \frac{(10-3)-(15+2)i}{13}$$

$$= \frac{7-17i}{13}$$

$$= \frac{7}{13} - \frac{17}{13}i$$

توزيع الدرجات

1

1

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

6 درجات

(تراعى الحلول الأخرى)

(يتبع الصفحة الثانية)

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد السعة و الدورة ثم ارسم بيان الدالة :

$$y = -4 \sin 2x, \quad x \in [-\pi, \pi]$$

$$a = -4, \quad b = 2$$

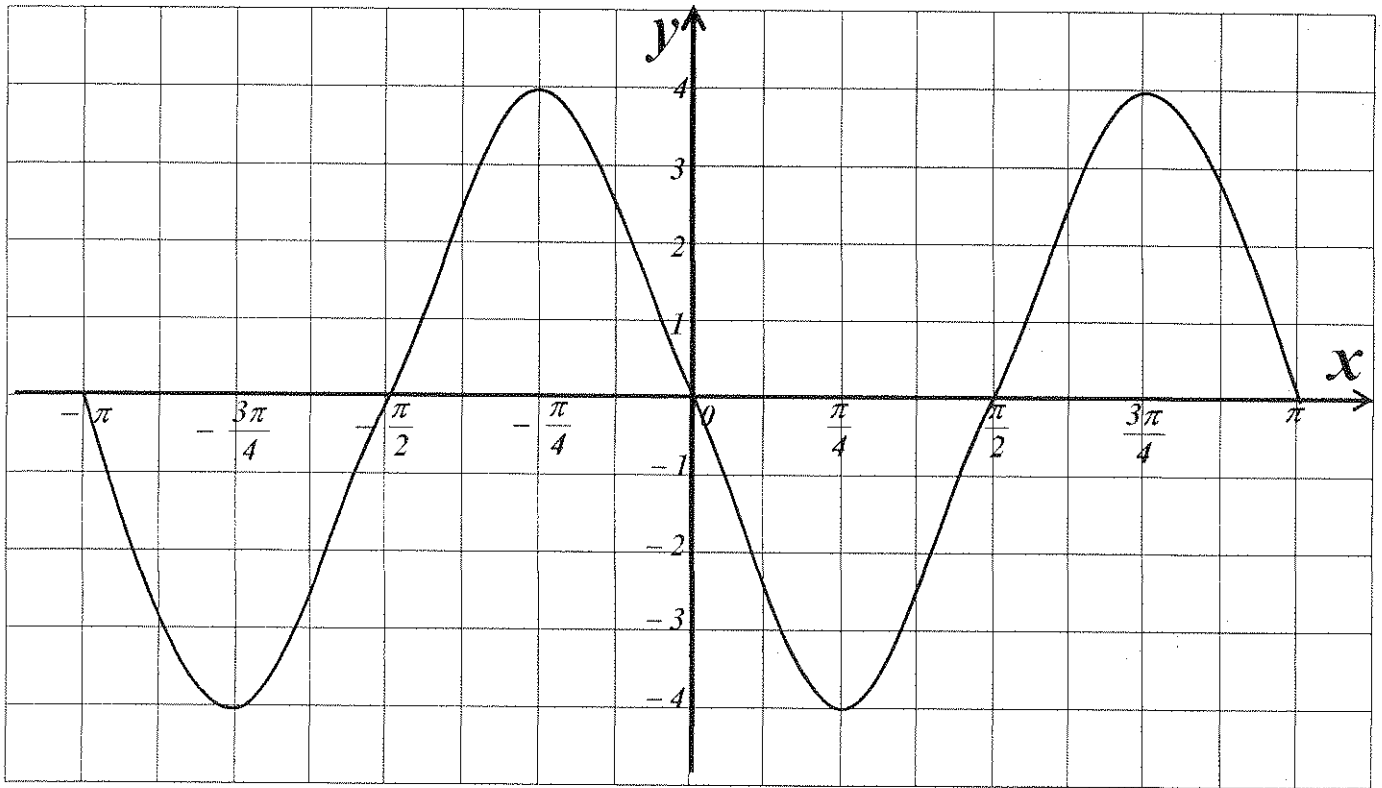
الحل :

$$|a| = |-4| = 4 \quad \text{السعة :}$$

$$\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{2} = \pi \quad \text{الدورة :}$$

ربع الدورة يساوي : $\frac{\pi}{4}$

X	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$2x$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin(2x)$	0	1	0	-1	0
$-4\sin(2x)$	0	-4	0	4	0



الرسم : 5 درجات

(يتبع الصفحة الثالثة)

(تراجعى الحلول الأخرى)

السؤال الثاني :

(a) ضع العدد المركب : $Z = -2 + 2i\sqrt{3}$ في الصورة المثلثية مستخدماً السعة الأساسية

الحل :

$$x = -2, \quad y = 2\sqrt{3}$$

$$r = \sqrt{(-2)^2 + (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{16} = 4$$

نفرض أن α زاوية الإسناد للزاوية θ :

$$\tan \alpha = \left| \frac{y}{x} \right| = \left| \frac{2\sqrt{3}}{-2} \right| = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3}$$

$\therefore \theta \Leftarrow x < 0, y > 0$ تقع في الربع الثاني

$$\theta = \pi - \alpha = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$$

$$\therefore z = r(\cos \theta + i \sin \theta) = 4\left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}\right)$$

(تراجعى الحلول الأخرى)

5 درجات

(يتبع الصفحة الرابعة)

تابع السؤال الثاني :

(b) وضح كيف يمكن الحصول على التمثيل البياني للدالة : $y = 2 \sin(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{4}) - 1$ باستخدام تحويلات الدالة المثلثية : $y = \sin x$

الحل :

$$y = 2 \sin(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{4}) - 1 \Rightarrow y = 2 \sin \frac{1}{2}(x + \frac{\pi}{2}) - 1$$

بالمقارنة مع :

$$y = a \sin(b(x - \frac{h}{b})) + k$$

$$a = 2, \quad b = \frac{1}{2}, \quad \frac{h}{b} = \frac{\pi}{2}, \quad k = -1$$

يمكن الحصول على التمثيل البياني للدالة f من التمثيل البياني للدالة $\sin x$ عن طريق تطبيق التحويلات وفق الترتيب التالي :

أولاً (تمدد أفقي بمعامل : $\frac{1}{|b|} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$ للحصول $\sin(\frac{1}{2}x)$)

ثانياً (إزاحة أفقية إلى اليسار بمقدار $\frac{\pi}{2}$ للحصول على $\sin(\frac{1}{2}(x + \frac{\pi}{2}))$)

ثالثاً (تمدد رأسي بمعامل : $|a| = |2| = 2$ للحصول على $2 \sin(\frac{1}{2}(x + \frac{\pi}{2}))$)

رابعاً (إزاحة رأسية إلى الأسفل بمقدار : $k = 1$ للحصول على $f(x) = 2 \sin(\frac{1}{2}(x + \frac{\pi}{2})) - 1$)

(تراجعى الحلول الأخرى)

السؤال الثالث :

(10 درجات)

(5 درجات)

(a) أوجد مجموعة حل المعادلة : $Z^2 - 2Z + 4 = 0$

الحل :

نموذج إجابة

$$a = 1 , b = -2 , c = 4$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4(1)(4) = -12$$

$$\therefore Z = \frac{-(-2) \pm \sqrt{-12}}{2(1)}$$

$$Z_1 = \frac{2 + 2\sqrt{3}i}{2} = 1 + \sqrt{3}i$$

$$Z_2 = \frac{2 - 2\sqrt{3}i}{2} = 1 - \sqrt{3}i$$

$$\{1 + \sqrt{3}i, 1 - \sqrt{3}i\}$$

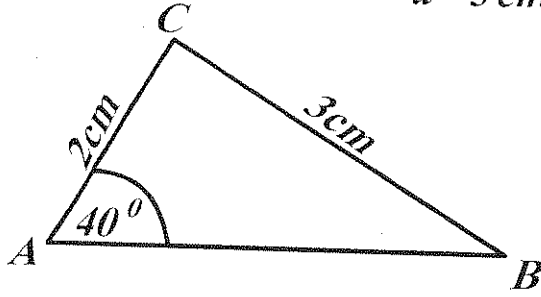
5 درجات

نموذج إجابة

تابع السؤال الثالث :

(b) حل ΔABC حيث $a = 3 \text{ cm}$, $b = 2 \text{ cm}$, $\alpha = 40^\circ$

الحل : بتطبيق قانون الجيب :



$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b}$$

$$\frac{\sin 40^\circ}{3} = \frac{\sin \beta}{2}$$

$$\sin \beta = \frac{2 \sin 40^\circ}{3} \approx 0.43$$

$$\sin \beta > 0 \therefore$$

$\therefore$ توجد قيمتان للزاوية β حيث $0^\circ < \beta < 180^\circ$ تحققان أن $\sin \beta \approx 0.43$

$$\beta_1 \approx 25.4^\circ , \beta_2 \approx 154.6^\circ$$

ولكن الحالة $\beta_2 \approx 154.6^\circ$ مرفوضة لأن : $\alpha + \beta_2 \approx 154.6^\circ + 40^\circ \approx 194.6^\circ > 180^\circ$

باستخدام $\beta_1 \approx 25.4^\circ$ نجد أن :

$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta_1$$

$$\gamma \approx 180^\circ - 25.4^\circ - 40^\circ$$

$$\gamma \approx 114.6^\circ$$

بتطبيق قانون الجيب :

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

$$\frac{\sin 40^\circ}{3} = \frac{\sin 114.6^\circ}{c}$$

$$c = \frac{3 \sin 114.6^\circ}{\sin 40^\circ}$$

$$c \approx 4.24 \text{ cm}$$

ثانيًا : البنود الموضوعية

أولًا : في البنود (3-1) ظلل دائرة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة ، (b) إذا كانت العبارة خاطئة :

(1) العدد $\sqrt{-16} + 12$ في الصورة الجبرية يساوي $12 - 4i$

(2) الصورة الجبرية للعدد المركب : $Z = \sqrt{2} (\cos \frac{7\pi}{4} + i \sin \frac{7\pi}{4})$ هي : $Z = 1 - i$

(3) يمثل منحنى الدالة : $f(x) = \cos(x + 4)$ إزاحة أفقية مقدارها 4 إلى اليسار لمنحنى الدالة :

$$g(x) = \sin(x + \frac{\pi}{2})$$

ثانيًا : في البنود (8-4) لكل بند أربعة إختيارات - واحدة فقط منها صحيحة - ظلل في المكان المخصص للإجابة دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(4) الجذرين التربيعين للعدد المركب : $Z = 3 + 4i$ هي :

- (a) $\pm(2i)$ (b) $\pm(\sqrt{3} + 2i)$ (c) $\pm(2 + i)$ (d) $\pm(2 - i)$

(5) إذا كان : $AB = 12 \text{ cm}$, $AC = 17 \text{ cm}$, $BC = 25 \text{ cm}$ فإن قياس الزاوية الكبرى في المثلث ABC يساوي حوالي :

- (a) 100° (b) 118° (c) 120° (d) 125°

(6) مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه : 7 cm , 8 cm , 9 cm هي :

- (a) $6\sqrt{15} \text{ cm}^2$ (b) $18\sqrt{3} \text{ cm}^2$ (c) $16\sqrt{3} \text{ cm}^2$ (d) $12\sqrt{5} \text{ cm}^2$

(7) في المثلث : ABC إذا كان $AC = 10 \text{ cm}$, $m(\hat{B}) = 40^\circ$, $m(\hat{A}) = 80^\circ$ فإن طول $\overline{AB}$ يساوي تقريبًا :

- (a) 6.53 cm (b) 7.43 cm (c) 13.47 cm (d) 8.43 cm

(8) معادلة الدالة المثلثية : $y = \tan(bx)$ حيث الدورة $\frac{3}{4}$ هي :

- (a) $y = \tan(\frac{3}{4}x)$ (b) $y = \tan(\frac{3}{4}\pi x)$
(c) $y = \tan(\frac{4}{3}x)$ (d) $y = \tan(\frac{4}{3}\pi x)$

نموذج إجابة

صفحة إجابة البنود الموضوعية

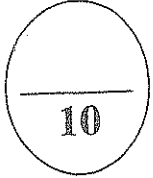
م	الاختيارات			
1	a	b		
2	a	b		
3	a	b		
4	a	b	c	d
5	a	b	c	d
6	a	b	c	d
7	a	b	c	d
8	a	b	c	d

لكل بند درجة واحدة

مع تمنيات التوجيه الفني للرياضيات بالتوفيق

إجابة امتحان الفترة الدراسية الثالثة للصف الحادي عشر علمي
المجال الدراسي الرياضيات

السؤال الأول



عوض لـ 10

ضع في الصورة الجبرية : $z = \frac{(5+2i)}{2-3i}$
الحل :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$z = \frac{(5+2i)}{2-3i} = \frac{5-2i}{2-3i} \cdot \frac{2+3i}{2+3i}$$

$$1 \frac{1}{2} + 1$$

$$\frac{10+15i-4i-6i^2}{2^2+3^2} = \frac{10+15i-4i+6}{4+9} = \frac{16+11i}{13}$$

1

$$= \frac{16}{13} + \frac{11}{13}i$$

(b) ضع في الصورة المثلثية : $z = -\sqrt{3} - i$
الحل :

$$x = -\sqrt{3}, y = -1$$

1

$$r = |z| = \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + (-1)^2} = \sqrt{4} = 2$$

نفرض أن α زاوية الإسناد

$$1 + \frac{1}{2}$$

$$\tan \alpha = \left| \frac{y}{x} \right| = \left| \frac{-1}{-\sqrt{3}} \right| = \frac{1}{\sqrt{3}} \implies \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$\frac{1}{2}$$

$\therefore \theta$ تقع في الربع الثالث $\because x < 0, y < 0$

1

$$\therefore \theta = \pi + \frac{\pi}{6} \implies \therefore \theta = \frac{7\pi}{6}$$

1

$$\therefore z = 2 \left(\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6} \right)$$

السؤال الثاني:

(a) أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $z = -3 + 4i$ موضحا خطوات الحل
الحل:

$\frac{1}{2}$
 $\frac{1}{2}$
 $\frac{1}{2}$
 $\frac{1}{2}$

ليكن $w = m + ni$ جذرا تربيعيا للعدد z فيكون

$$\therefore (m + ni)^2 = -3 + 4i$$

$$\therefore m^2 - n^2 + 2mni = -3 + 4i$$

$$\therefore \begin{cases} m^2 - n^2 = -3 \\ 2mn = 4 \end{cases}$$

$$|w^2| = |z|$$

$$\therefore (\sqrt{m^2 + n^2})^2 = \sqrt{(-3)^2 + (4)^2}$$

$$\therefore m^2 + n^2 = 5$$

$$\therefore \begin{cases} m^2 + n^2 = 5 \\ m^2 - n^2 = -3 \end{cases}$$

$$\therefore 2m^2 = 2 \quad m^2 = 1$$

$$\therefore n^2 = 4$$

$$\therefore \begin{cases} m = 1, m = -1 \\ n = 2, n = -2 \end{cases}$$

$$\therefore 2mn = 4, 4 > 0 \quad m, n \text{ لهما نفس الإشارة}$$

$\therefore$ الجذران التربيعيان هما:

$\frac{1}{2}$
 $\frac{1}{2}$

$$w_1 = 1 + 2i, w_2 = -1 - 2i$$

(b) أوجد السعة والدورة للدالة ثم ارسم بيانها : $y = -2\cos\left(\frac{1}{4}x\right)$, $-2\pi \leq x \leq 2\pi$

الحل :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

ربع الدورة = 2π

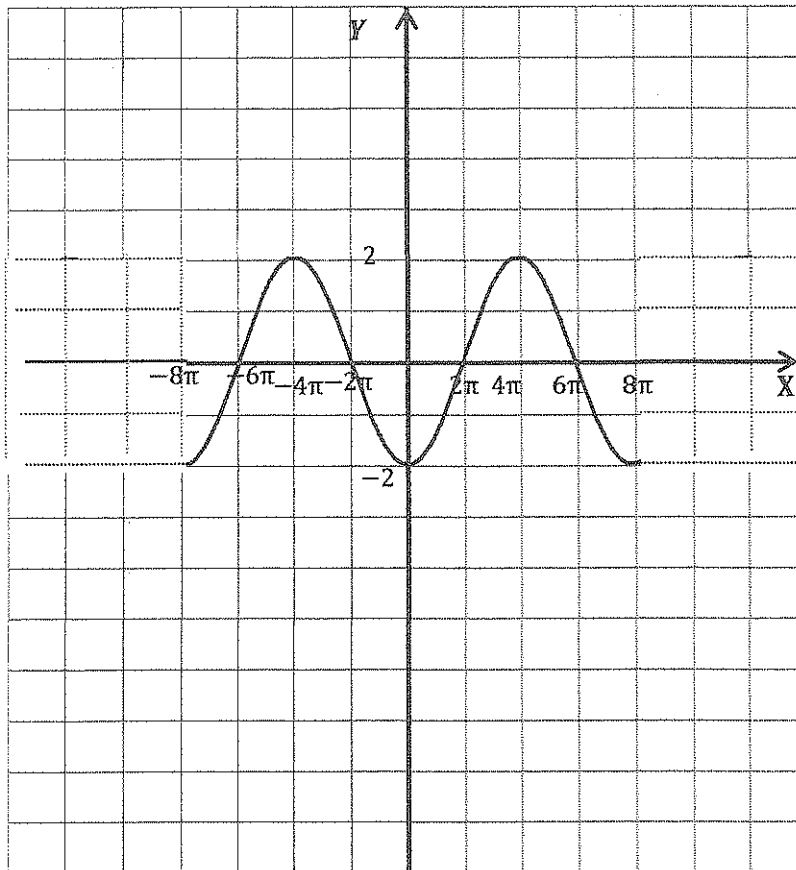
$$8\pi = \frac{2\pi}{\frac{1}{4}} = \text{الدورة} \quad 2 = |-2| = \text{السعة}$$

x	0	2π	4π	6π	8π
$\frac{1}{4}x$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos\left(\frac{1}{4}x\right)$	1	0	-1	0	1
$y = -2\cos\left(\frac{1}{4}x\right)$	-2	0	2	0	-2

عذرة الخطأ

التدريج 1

النقط $\frac{1}{2}$



التوصيل $\frac{1}{2}$

السؤال الثالث:

(a) وضح كيف يمكن الحصول على التمثيل البياني للدالة $f(x) = 3 \sin(2 - x) + 1$ من بيان الدالة $g(x) = \sin x$

الحل :

نحوذج الإجابة

$$\begin{aligned} \therefore f(x) &= 3 \sin(2 - x) + 1 \\ \therefore f(x) &= 3 \sin(-(x - 2)) + 1 \\ \therefore f(x) &= -3 \sin((x - 2)) + 1 \end{aligned}$$

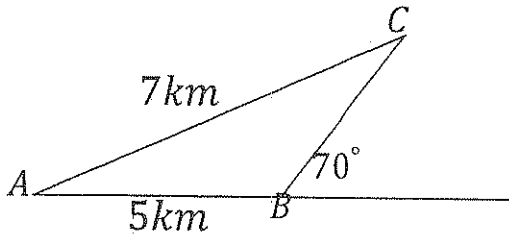
بالمقارنة مع الصورة $f(x) = a \sin\left(x - \frac{h}{b}\right) + k$

$$\therefore a = -3, \quad b = 1, \quad \frac{h}{b} = 2, \quad k = 1$$

$$\therefore |a| = 3 > 1, \quad |b| = 1, \quad \frac{h}{b} = 2, \quad k = 1$$

يمكن الحصول على التمثيل البياني للدالة f من التمثيل البياني للدالة g عن طريق تطبيق التحويلات التالية:
انعكاس في محور السينات لأن a سالبة
تمدد رأسي بمعامل 3
إزاحة أفقية إلى اليمين بمقدار 2
إزاحة رأسية إلى الأعلى بمقدار 1

(b) في أحد سباقات اليخوت : يمثل الشكل المقابل مسار السباق من النقطة A إلى النقطة B ثم إلى النقطة C ثم إلى النقطة A . أوجد طول BC



الحل :

$$m(\widehat{ABC}) = 110^\circ$$

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

من قانون الجيب

$$\frac{\sin \alpha}{BC} = \frac{\sin 110^\circ}{7} = \frac{\sin \gamma}{5}$$

$$\therefore \frac{\sin 110^\circ}{7} = \frac{\sin \gamma}{5} \Rightarrow \sin \gamma = \frac{5 \sin 110^\circ}{7} \Rightarrow \gamma = 42.160^\circ$$

$$\therefore \alpha = 180^\circ - (110^\circ + 42.160^\circ) = 27.84^\circ$$

$$\therefore \frac{\sin 27.84^\circ}{BC} = \frac{\sin 110^\circ}{7}$$

$$\therefore BC = \frac{7 \sin 27.84^\circ}{\sin 110^\circ} = 3.479 \text{ km}$$

بنود الموضوعي

أولاً : في البنود (3 - 1) توجد عبارات، ظلل في ورقة الإجابة:
(a) إذا كانت العبارة صحيحة ، (b) إذا كانت العبارة ليست صحيحة

(1) المعكوس الجمعي للعدد المركب $3 + 2i$ هو $\frac{3}{13} - \frac{2}{13}i$

(2) دورة الدالة $y = 3\sin(\frac{\pi\theta}{2})$ هي 4

(3) في المثلث ABC يكون $b^2 + c^2 > 2bc \cdot \cos A$

ثانياً في البنود (8 - 4) لكل بند يوجد أربع خيارات، واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(4) إذا كان $z = i$ فإن z^{250} يساوي

- (a) $-i$ (b) i (c) 1 (d) -1

(5) الإحداثيات القطبية للنقطة $(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ هي

- (a) $A(1, \frac{-\pi}{4})$ (b) $A(1, \frac{\pi}{4})$ (c) $A(1, \frac{3\pi}{4})$ (d) $A(1, \frac{-3\pi}{4})$

(6) حل المعادلة $2z - 5 + 6i = -3\bar{z}$ هو

- (a) $z = 1 + 6i$ (b) $z = -1 + 6i$ (c) $z = 1 - 6i$ (d) $z = -1 - 6i$

(7) إذا كان أطوال أضلاع مثلث هي $12cm, 17cm, 25cm$ فإن قياس الزاوية الكبرى في هذا المثلث تساوي (الأقرب درجة)

- (a) 70° (b) 118° (c) 125° (d) 100°

(8) مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه $7cm, 8cm, 9cm$ هي :

- (a) $6\sqrt{15}$ (b) $16\sqrt{3}$ (c) $12\sqrt{5}$ (d) $18\sqrt{3}$

ورقة إجابة الموضوعي

عذري

1	(a)	(b)	(c)	(d)
2	(a)	(b)	(c)	(d)
3	(a)	(b)	(c)	(d)
4	(a)	(b)	(c)	(d)
5	(a)	(b)	(c)	(d)
6	(a)	(b)	(c)	(d)
7	(a)	(b)	(c)	(d)
8	(a)	(b)	(c)	(d)

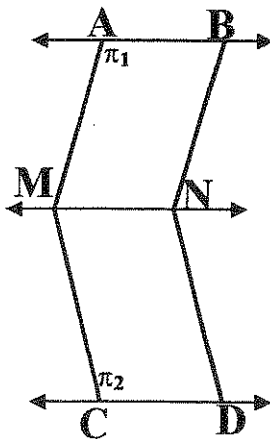
8

القسم الأول - أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول: (a) أوجد الجذرين التربيعين للعدد المركب $z = 5 + 12i$ (5 درجات)

(b) في الشكل المقابل ليكن π_1, π_2 مستويان متقاطعان في $\overleftrightarrow{MN}$ حيث $\overleftrightarrow{AB} // \pi_2$ (5 درجات)

$$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD} \text{ ائبٔ } \overleftrightarrow{CD} \subset \pi_2, \overleftrightarrow{AB} \subset \pi_1, \overleftrightarrow{CD} \parallel \pi_1$$


السؤال الثاني :

(3 درجات)

(a) إذا كان : $z_1 = 5 - 4i$ ، $z_2 = 3 + i$ فاوجد :

(3) $(z_2)^{-1}$

(2) $(\overline{z_2 + z_1})$

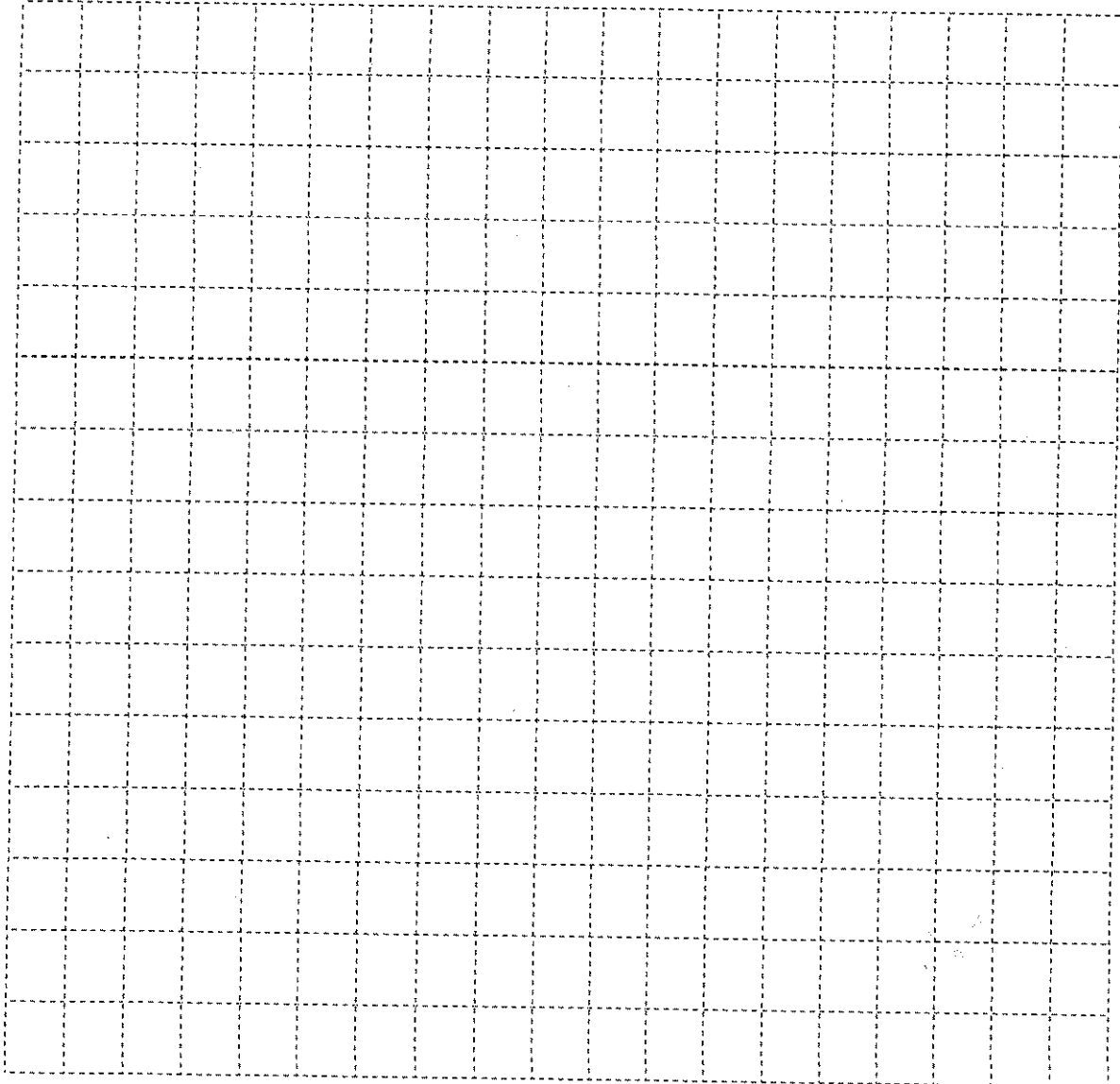
(1) $z_2 \cdot z_1$

(3 درجات)

(b) حل $\triangle ABC$ حيث $a = 7 \text{ cm}$ ، $b = 6 \text{ cm}$ ، $\alpha = 26.3^\circ$

تابع السؤال الثاني :

(c) أوجد السعة و الدورة للدالة : $y = - 3 \cos 4 x$ ، حيث $x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ (4 درجات)
ثم ارسم بيانها

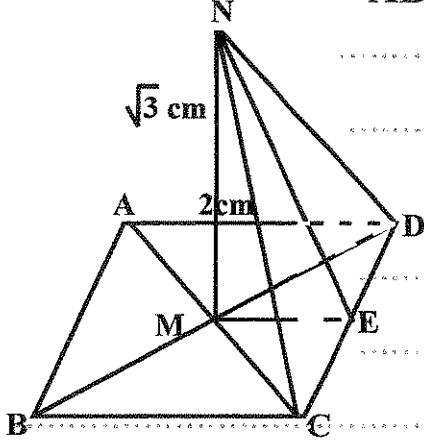


السؤال الثالث :

(a) $ABCD$ مستطيل تقاطع قطراه في M وفيه $AD = 2\text{cm}$ ، E منتصف CD (7 درجات)

أقيم $\overline{NM}$ عموداً على $(ABCD)$ حيث N خارج مستواه بحيث $MN = \sqrt{3}\text{ cm}$

أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $ABCD$, NCD



(b) اثبت صحة المتطابقة : $\tan^2 x - \sin^2 x = \sin^2 x \tan^2 x$ (3 درجات)

ثانياً: البنود الموضوعية

- أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) في المثلث ABC : $AC = 9\text{cm}$ ، $AB = 7\text{cm}$ ، $BC = 8\text{cm}$ فإن مساحة المثلث ABC تساوي $12\sqrt{5}\text{ cm}^2$

(2) إذا كان $0^\circ < \theta < 90^\circ$ ، $\cos \theta = \frac{3}{5}$ فإن $\sin 2\theta = \frac{4}{5}$

(3) إذا كان : $\vec{l} \parallel \pi$ ، $\vec{m} \parallel \pi$ فإن $\vec{l} \perp \vec{m}$

ثانياً: في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحدة فقط صحيحة ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) إذا كان : $z = i$ فإن $(z)^{250}$ يساوي :

- (a) i (b) $-i$ (c) 1 (d) -1

(5) الدالة التي تمثل تمداً رأسياً بمعامل 4 وانكماشاً أفقياً بمعامل $\frac{1}{3}$ لمنحنى الدالة $g(x) = \sin(x)$ هي الدالة $f(x)$ تساوي

- (a) $4 \sin\left(\frac{1}{3}x\right)$ (b) $\frac{1}{3} \sin(3x)$
(c) $3 \sin(4x)$ (d) $4 \sin(3x)$

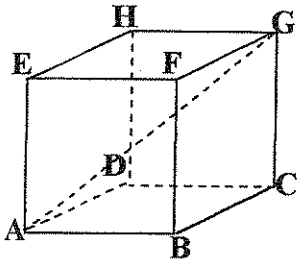
(6) في المثلث ABC : $m(\hat{A}) = 120^\circ$ ، $AB = 30 \text{ cm}$ ، $AC = 40 \text{ cm}$ فإن طول $\overline{BC}$ يساوي تقريباً :

- (a) 60.8 cm (b) 36 cm
(c) 21 cm (d) 68 cm

(7) المقدار : $\frac{1}{\tan x} + \tan x$ متطابق مع المقدار :

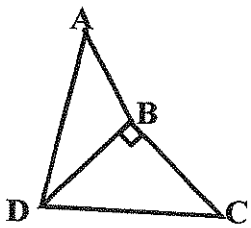
- (a) $\sec x \cos x$ (b) $\cos x \sin x$ (c) $\sec x \csc x$ (d) $\sec x \sin x$

(8) يمثل الشكل المقابل مكعباً إذا كان طول حرفه 3 cm فإن طول قطره $\overline{AG}$ يساوي :



- (a) $\sqrt{3} \text{ cm}$ (b) 9 cm
(c) 18 cm (d) $3\sqrt{3} \text{ cm}$

(9) في الشكل المقابل ، المثلث DBC قائم الزاوية في B ، فإذا كان $\overrightarrow{AB}$ عمودي على (DBC) فإن الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $\overrightarrow{BD}$ هي :



- (a) $\hat{DBC}$ (b) $\hat{ABC}$
(c) $\hat{ABD}$ (d) $\hat{ADC}$

(10) معامل الحد الثالث من مفكوك $(a - b)^7$ هو :

- (a) -21 (b) -7 (c) 7 (d) 21

" انتهت الأسئلة "

نموذج الاجابة

القسم الأول - أسئلة المقال

أجب عن الاسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (a) أوجد الجذرين التربيعين للعدد المركب $z = 5 + 12i$ (5 درجات)لتكن $w = m + ni$ جذراً تربيعياً للعدد z فيكون $w^2 = z$

$$(m + ni)^2 = 5 + 12i \rightarrow m^2 - n^2 + 2mni = 5 + 12i$$

$$\therefore m^2 - n^2 = 5 \quad (1)$$

$$2mn = 12 \quad (2)$$

$$|w|^2 = |z| \rightarrow (\sqrt{m^2 + n^2})^2 = \sqrt{(5)^2 + (12)^2}$$

$$m^2 + n^2 = 13 \quad (3) \quad \text{بجمع المعادلتين (1) و (3)}$$

$$m^2 - n^2 = 5$$

$$2m^2 = 18 \rightarrow m^2 = 9$$

$$n^2 = 4 \rightarrow n = \pm 2$$

$$m = 3, n = 2$$

$$m = -3, n = -2$$

$\therefore$ الجذران التربيعيان للعدد المركب $z = 5 + 12i$ هما :

$$w_1 = 3 + 2i, w_2 = -3 - 2i$$

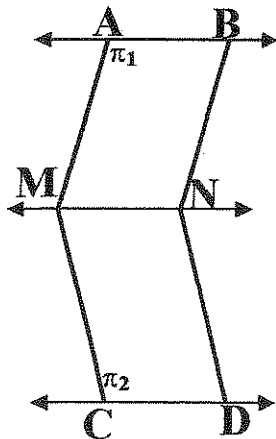


بالعوض في (1)

من المعادلة (2)

(b) في الشكل المقابل ليكن π_1, π_2 مستويان متقاطعان في $\overleftrightarrow{MN}$ حيث $\overleftrightarrow{AB} \parallel \pi_2$ (5 درجات)

اثبت $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ حيث $\overleftrightarrow{AB} \subset \pi_1, \overleftrightarrow{CD} \subset \pi_2, \overleftrightarrow{CD} \parallel \pi_1$



$$\therefore \overleftrightarrow{AB} \parallel \pi_2, \overleftrightarrow{AB} \subset \pi_1$$

$$\therefore \pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{MN}$$

$$\therefore \overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{MN} \quad (1) \quad \text{(نظرية)}$$

$$\therefore \pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{MN}, \overleftrightarrow{CD} \parallel \pi_1, \overleftrightarrow{CD} \subset \pi_2$$

$$\therefore \overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{MN} \quad (2)$$

$$\therefore \overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD} \quad \text{(نظرية)} \quad \text{من (1) و (2)}$$

يجب مراعاة الحلول الأخرى

نموذج الاجابة

السؤال الثاني :

(3 درجات)

(a) إذا كان : $z_1 = 5 - 4i$, $z_2 = 3 + i$ فاوجد :

(3) $(z_2)^{-1}$

(2) $(\overline{z_2 + z_1})$

(1) $z_2 \cdot z_1$

$\frac{1}{2}$ (1) $z_2 \cdot z_1 = (3 + i)(5 - 4i)$

$= 15 - 12i + 5i + 4$

$\frac{1}{2}$ $= 19 - 7i$

$\frac{1}{2}$ (2) $z_2 + z_1 = 8 - 3i$

$\frac{1}{2}$ $(\overline{z_2 + z_1}) = 8 + 3i$

$\frac{1}{2}$ (3) $z_2^{-1} = \frac{1}{3+i} \times \frac{3-i}{3-i}$

$\frac{1}{2}$ $= \frac{3-i}{9+1} = \frac{3}{10} - \frac{1}{10}i$



(3 درجات)

(b) حل $\triangle ABC$ حيث $\alpha = 26.3^\circ$, $b = 6 \text{ cm}$, $a = 7 \text{ cm}$

$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin B}{b}$

$\frac{1}{2}$ $\frac{\sin 26.3^\circ}{7} = \frac{\sin B}{6}$

$\sin B \approx 0.379$

$\frac{1}{2}$ $\therefore B_1 \approx 22.3^\circ$ أو $B_2 \approx 157.6^\circ$

$\therefore \alpha + B_2 \approx 183.9^\circ > 180^\circ$

$\frac{1}{2}$ $\therefore B_2$ مرفوضه

$\frac{1}{2}$ $\gamma = 180^\circ - (22.3^\circ + 26.3^\circ)$

$= 131.4^\circ$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \frac{\sin 26.3^\circ}{7} = \frac{\sin 131.4^\circ}{c}$

$\frac{1}{2}$ $c \approx 11.85 \text{ cm}$

نموذج الاجابة

تابع السؤال الثاني :

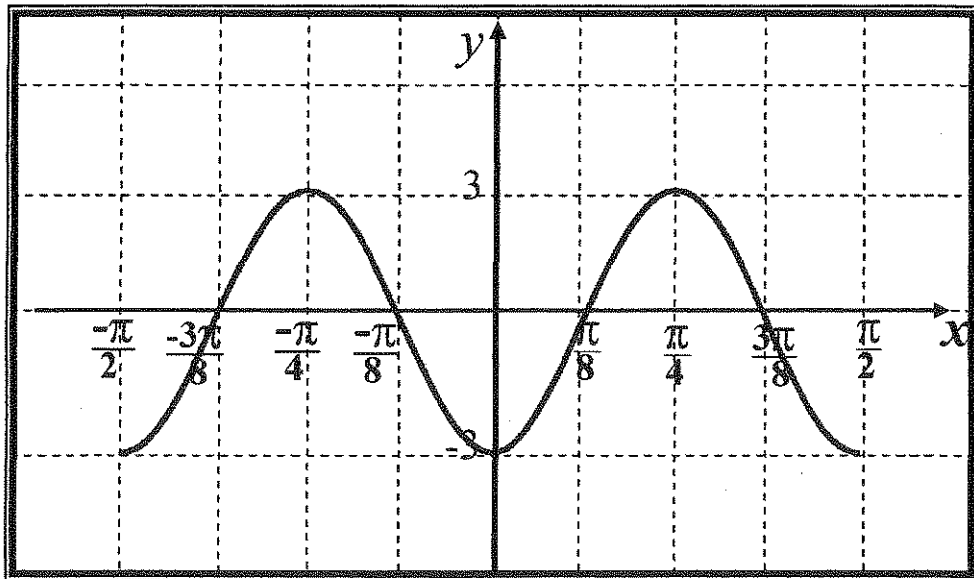
(c) أوجد السعة و الدورة للدالة : $y = -3 \cos 4x$ ، حيث $x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ (4 درجات)
ثم ارسم بيانها

السعة : $|a| = |-3| = 3$
الدورة : $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|4|} = \frac{\pi}{2}$

ربع الدورة = $\frac{\pi}{8}$



x	0	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{\pi}{2}$
$4x$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos 4x$	1	0	-1	0	1
$-3 \cos 4x$	-3	0	3	0	-3



نموذج الاجابة

السؤال الثالث :

(a) ABCD مستطيل تقاطع قطراه في M وفيه $AD = 2\text{cm}$, E منتصف $\overline{CD}$ (7 درجات)

أقيم $\overline{NM}$ عموداً على (ABCD) حيث N خارج مستواه بحيث $MN = \sqrt{3}\text{ cm}$

أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين ABCD , NCD
 $\overline{CD}$ هي الحافة المشتركة بين المستويين ABCD و NCD

$\therefore \overline{MN} \perp (ABCD)$, $\overline{CD} \subset (ABCD)$

$\therefore \overline{MN} \perp \overline{CD}$ (1)

في مثلث CDM ، يتطابق الضلعين (من خواص المستويين)
 E منتصف $\overline{CD}$

$\overline{ME} \perp \overline{CD}$ (2)

من (2) و (1) نجد أن : $\overline{ME} \subset \text{MNE}$, $\overline{NE} \subset \text{MNE}$, $\overline{CD} \perp \text{MNE}$

$\therefore \overline{ME} \perp \overline{CD}$ هي الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $\overline{CD}$

في مثلث BCD

M منتصف $\overline{BD}$ (من خواص المستويين)

E منتصف $\overline{CD}$

$\therefore ME = \frac{1}{2} AD \rightarrow ME = \frac{1}{2} \times 2 = 1\text{ cm}$

في مثلث MNE ، نعلم الزاوية في M (من خواص المستويين المستوية مع مستوي)

$\tan(\hat{MEN}) = \frac{MN}{ME} = \sqrt{3}$

$\therefore m(\hat{MEN}) = 60^\circ$

منه قياس الزاوية الزوجية بين المستويين ABCD , NCD هو 60°

(b) أثبت صحة المتطابقة : $\tan^2 x - \sin^2 x = \sin^2 x \tan^2 x$ (3 درجات)

الطرف الأيسر = $\tan^2 x - \sin^2 x = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \sin^2 x$

= $\frac{\sin^2 x - \sin^2 x \cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\sin^2 x (1 - \cos^2 x)}{\cos^2 x}$

= $\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \cdot \sin^2 x = \tan^2 x \sin^2 x$

الطرف الأيمن

نموذج الإجابة

السؤال الرابع :

(5 درجات)

فأوجد : $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$

(a) إذا كان $\cos \theta = -\frac{3}{5}$

(2) $\tan 2\theta$

(1) $\sin(\theta - \frac{\pi}{2})$

$$\frac{1}{2} \quad \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\frac{1}{2} \quad \sin^2 \theta + \left(-\frac{3}{5}\right)^2 = 1$$

$$\frac{1}{2} \quad \sin^2 \theta = \frac{16}{25} \rightarrow \sin \theta = \pm \frac{4}{5}$$

$$\frac{1}{2} \quad \therefore \sin \theta = \frac{4}{5}$$

$$\frac{1}{2} \quad \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = -\frac{4}{3}$$

$$\frac{1}{2} \quad \sin(\theta - \frac{\pi}{2}) = \sin(-(\frac{\pi}{2} - \theta))$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad = -\sin(\frac{\pi}{2} - \theta) = -\cos \theta = \frac{3}{5}$$

$$\frac{1}{2} \quad \tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} = \frac{2(-\frac{4}{3})}{1 - \frac{16}{9}} = \frac{24}{7}$$



(5 درجات)

(b) أوجد مجموعة حل المعادلة : ${}_{2n}C_4 = \frac{1}{2} {}_{2n}C_5$

$$1 + 1 \quad \frac{{}_{2n}C_4}{{}_{2n-4}C_4} = \frac{1}{2} \times \frac{{}_{2n}C_5}{{}_{2n-5}C_5}$$

$$\frac{1}{2} \quad \frac{{}_{2n}C_4}{{}_{2n-4}C_4} \times \frac{{}_{2n-5}C_5}{{}_{2n}C_5} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad \frac{(2n-5)! \times 5 \times 4!}{(2n-4)(2n-5)! 4!} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad \frac{5}{2n-4} = \frac{1}{2} \rightarrow 2n-4 = 10$$

$$\frac{1}{2} \quad 2n = 14 \rightarrow n = 7$$

5

بحسب مراعاة الحلول الأخرى

ثانياً: البنود الموضوعية

- أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) في المثلث ABC : $AC = 9\text{cm}$ ، $AB = 7\text{cm}$ ، $BC = 8\text{cm}$ فإن مساحة المثلث ABC تساوي $12\sqrt{5}\text{ cm}^2$

(2) إذا كان $0 < \theta < 90^\circ$ فإن $\cos \theta = \frac{3}{5}$ فإن $\sin 2\theta = \frac{4}{5}$

(3) إذا كان : $m \parallel \pi$ ، $n \parallel \pi$ فإن $l \perp m$

ثانياً: في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحدة فقط صحيحة ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) إذا كان : $z = i$ فإن $(z)^{250}$ يساوي :

- (a) i (b) $-i$ (c) 1 (d) -1

(5) الدالة التي تمثل تمديداً رأسياً بمعامل 4 وانكماشاً أفقياً بمعامل $\frac{1}{3}$ لمنحنى الدالة $g(x) = \sin(x)$ هي الدالة $f(x)$ تساوي

- (a) $4 \sin\left(\frac{1}{3}x\right)$ (b) $\frac{1}{3} \sin(3x)$
(c) $3 \sin(4x)$ (d) $4 \sin(3x)$

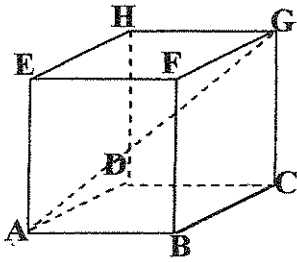
(6) في المثلث ABC : $m(\hat{A}) = 120^\circ$, $AB = 30 \text{ cm}$, $AC = 40 \text{ cm}$ فإن طول $\overline{BC}$ يساوي تقريباً :

- (a) 60.8 cm (b) 36 cm
(c) 21 cm (d) 68 cm

(7) المقدار : $\frac{1}{\tan x} + \tan x$ متطابق مع المقدار :

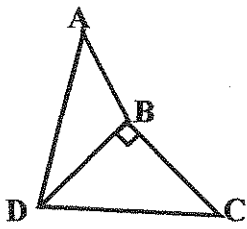
- (a) $\sec x \cos x$ (b) $\cos x \sin x$ (c) $\sec x \sec x$ (d) $\sec x \sin x$

(8) يمثل الشكل المقابل معطى أن طول حرفه 3 cm فإن طول قطره $\overline{AG}$ يساوي :



- (a) $\sqrt{3} \text{ cm}$ (b) 9 cm
(c) 18 cm (d) $3\sqrt{3} \text{ cm}$

(9) في الشكل المقابل ، المثلث DBC قائم الزاوية في B ، فإذا كان $\overrightarrow{AB}$ عمودي على (DBC) فإن الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $\overrightarrow{BD}$ هي :



- (a) $\hat{DBC}$ (b) $\hat{ABC}$
(c) $\hat{ABD}$ (d) $\hat{ADC}$

(10) معامل الحد الثالث من مفكوك $(a - b)^7$ هو :

- (a) -21 (b) -7 (c) 7 (d) 21

" انتهت الأسئلة "

نموذج الاجابة

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	☒	☐ b	☐ c	☐ d
(2)	☐ a	☒	☐ c	☐ d
(3)	☐ a	☒	☐ c	☐ d
(4)	☐ a	☐ b	☐ c	☒
(5)	☐ a	☐ b	☐ c	☒
(6)	☒	☐ b	☐ c	☐ d
(7)	☐ a	☐ b	☒	☐ d
(8)	☐ a	☐ b	☐ c	☒
(9)	☐ a	☒	☐ c	☐ d
(10)	☐ a	☐ b	☐ c	☒



10

لكل بند درجة واحدة فقط

الزمن : ساعتان ونصف
(الامتحان في 8 صفحات)

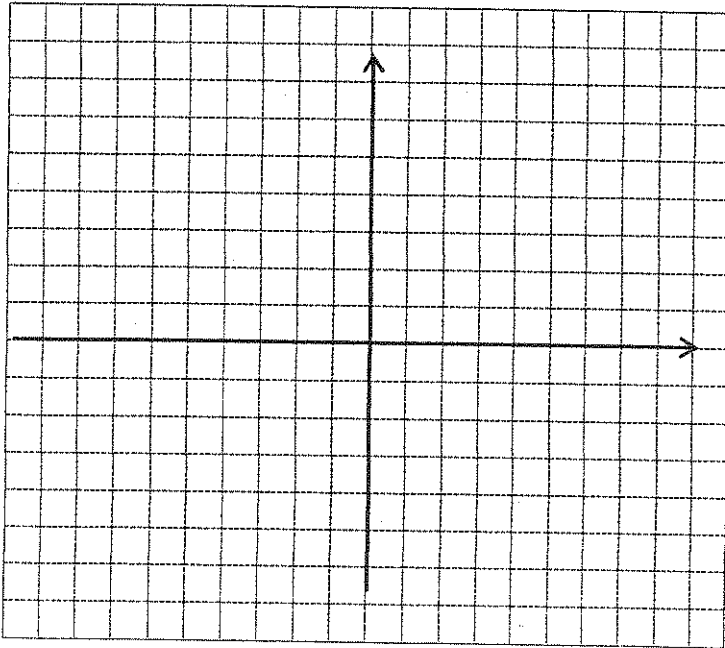
دولة الكويت
وزارة التربية

امتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعة للصف الحادي عشر علمي
المجال الدراسي الرياضيات - القسم العلمي - العام الدراسي 2013 / 2014 م

القسم الأول - أسئلة المقال: (أجب عن جميع الأسئلة موضحة خطوات الحل)
(المقام أينما وجد لايساوي الصفر)

السؤال الأول:
(a) أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $z = -3 + 4i$ (7 درجات)
الحل:

(b) أوجد السعة والدورة ثم ارسم دورة واحدة لبيان الدالة:
 $y = 3 \cos 2x$ (3 درجات)
الحل:



السؤال الثاني :

(a) ABC مثلث فيه $a = 3\text{ cm}$, $b = 8\text{ cm}$, $c = 7\text{ cm}$ (5 درجات)
أوجد : ① قياس أكبر زاوية

② مساحة سطح المثلث ABC مستخدماً قاعدة هيرون

الحل :

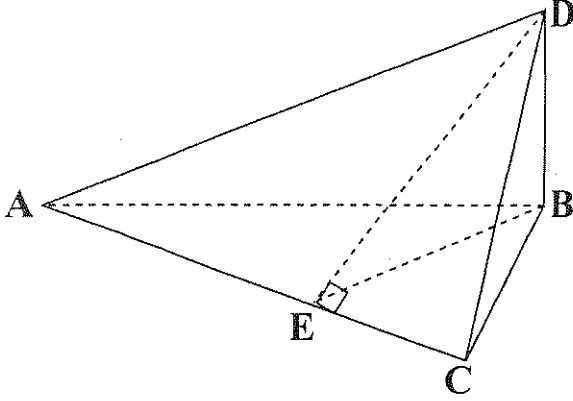
(b) في الشكل المقابل D نقطة خارج مستوى المثلث ABC (5 درجات)

$$\overline{DE} \perp \overline{AC}, \overline{DB} \perp (ABC), DB = 5\text{cm}, AB = 10\text{cm}, m(\hat{BAC}) = \frac{\pi}{6}$$

BE ① : أوجد $\overline{BE} \perp \overline{AC}$,

② قياس الزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC

الحل:



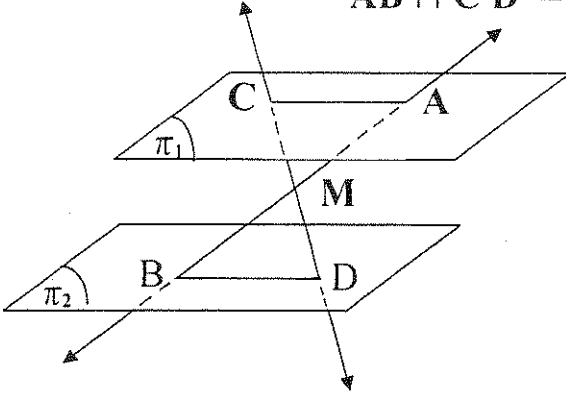
السؤال الثالث :

(5 درجات) (a) في الشكل المقابل π_1, π_2 مستويان متوازيان، M نقطة واقعة بينهما

حيث: $\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{M\}$, $A, C \in \pi_1$, $B, D \in \pi_2$

$$\frac{AM}{BM} = \frac{AC}{BD} \text{ أثبت أن}$$

الحل:



(5 درجات) (b) حل المعادلة : $2 \cos x \sin x - \cos x = 0$, $x \in [0, 2\pi)$

الحل:

السؤال الرابع :

(4 درجات) $\frac{\sec^2 x - 1}{\sin x} = \tan x \cdot \sec x$: (a) أثبت صحة المتطابقة :
الحل :

(3 درجات) ${}_nC_2 = 105$: (b) ① حل المعادلة :
الحل :

② يستخدم حوالي 11% من الطلاب في أحد المدارس اليد اليسرى للكتابة.
يوجد في أحد الصفوف 30 طالبا، فما احتمال أن يكون 4 طلاب من هذا الصف يستخدمون اليد اليسرى للكتابة.
(3 درجات)
الحل :

القسم الثاني – البنود الموضوعية

- أولاً: في البنود من (1 - 4) عبارات ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) إذا كان: $x i^2 + 3 y i = 5 + 3 i^5$ فإن $(x, y) = (-5, 1)$

(2) الدالة: $y = a \tan bx$ دالة دورية دورتها $\frac{\pi}{2b}$

(3) $\cos 6x = 2 \cos^2 3x - 1$

(4) إذا توازى مستقيمان ومر بهما مستويان متقاطعان فإن تقاطعهما هو مستقيم يوازي كلا من هذين المستقيمين

ثانياً : في البنود من (5 - 10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(5) الصورة المثلثية للعدد $z = 2 - 2\sqrt{3} i$ حيث $\theta \in [0, \pi)$ هي:

- (a) $z = 4 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$ (b) $z = 4 \left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right)$
(c) $z = 4 \left(\cos \frac{-\pi}{3} + i \sin \frac{-\pi}{3} \right)$ (d) $z = 4 \left(\cos \frac{5\pi}{3} - i \sin \frac{5\pi}{3} \right)$

(6) يمثل بيان الدالة: $f(x) = 2 \cos x - 1$ لمنحنى الدالة $g(x) = \cos x$:

- (a) انكماشاً رأسياً بمعامل $\frac{1}{2}$ وإزاحة إلى أعلى بمقدار وحدة واحدة
(b) تمديداً رأسياً بمعامل 2 وإزاحة إلى أعلى بمقدار وحدة واحدة
(c) انكماشاً رأسياً بمعامل $\frac{1}{2}$ وإزاحة إلى أسفل بمقدار وحدة واحدة
(d) تمديداً رأسياً بمعامل 2 وإزاحة إلى أسفل بمقدار وحدة واحدة

نموذج الإجابة

امتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعة للصف الحادي عشر علمي
المجال الدراسي الرياضيات - القسم العلمي - العام الدراسي 2013 / 2014 م

تراعى الحلول الأخرى

القسم الأول - أسئلة المقال

السؤال الأول:

(a) أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $z = -3 + 4i$
الحل: ليكن $w = m + ni$ جذرا تربيعيا للعدد z فيكون $w^2 = z$
 $\therefore (m + ni)^2 = -3 + 4i \longrightarrow m^2 - n^2 + 2nm i = -3 + 4i$

$\therefore m^2 - n^2 = -3 \dots\dots(1)$

$2mn = 4 \dots\dots(2)$

$\therefore |w|^2 = |z| \longrightarrow (\sqrt{m^2 + n^2})^2 = \sqrt{(-3)^2 + (4)^2}$

$\therefore m^2 + n^2 = 5 \dots\dots(3)$

من المعادلة (1)، (3) نجد أن:

$2m^2 = 2 \longrightarrow m = \pm 1$

$2n^2 = 8 \longrightarrow n = \pm 2$

$\therefore$ الجذران التربيعيان للعدد $z = -3 + 4i$ هما:

$w_1 = 1 + 2i, w_2 = -1 - 2i$

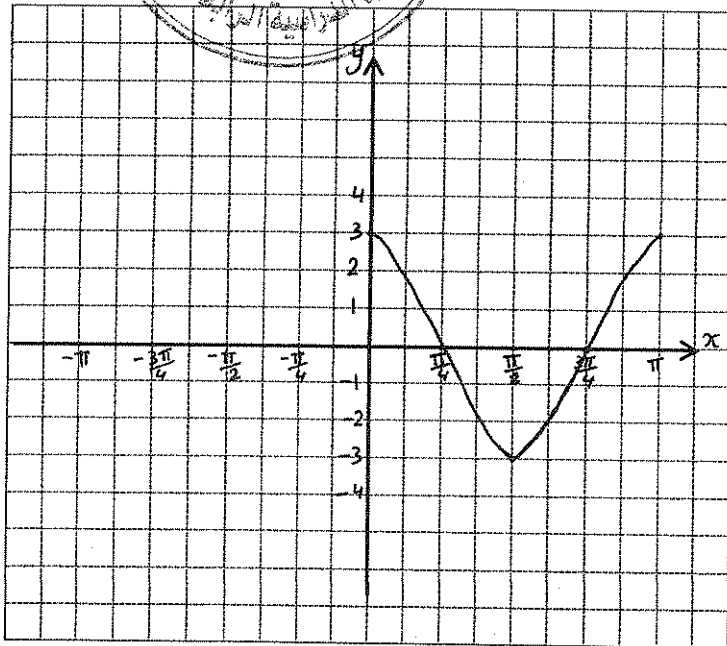
(b) أوجد السعة والدورة ثم ارسم دورة واحدة لبيان الدالة:
الحل: $y = 3 \cos 2x$

السعة: $a = |3| = 3$
الدورة: $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{2} = \pi$
ربع الدورة: $\frac{\pi}{4}$

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$2x$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos 2x$	1	0	-1	0	1
y	3	0	-3	0	3

تحديد النقاط على الرسم $1\frac{1}{2}$

الشكل العام للمنحنى $\frac{1}{2}$



نموذج الإجابة

السؤال الثاني :

(a) ABC مثلث فيه $a = 3 \text{ cm}$, $b = 8 \text{ cm}$, $c = 7 \text{ cm}$ أوجد : (1) قياس أكبر زاوية (5 درجات)

(2) مساحة سطح المثلث ABC مستخدماً قاعدة هيرون

الحل :

$$(1) \text{ قياس أكبر زاوية هو } \beta \text{ لأنها تقابل أطول ضلع}$$
$$\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$= \frac{3^2 + 7^2 - 8^2}{2(3)(7)} = \frac{-1}{7}$$

$$\therefore \beta \approx 98.21^\circ$$

$$s = \frac{1}{2} (a + b + c) \quad (2)$$

$$= \frac{1}{2} (3 + 8 + 7) = 9$$

$$\text{Area} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{9(9-3)(9-8)(9-7)}$$

$$= \sqrt{108} = 6\sqrt{3} \text{ cm}^2$$



نموذج الإجابة

(b) في الشكل المقابل D نقطة خارج مستوى المثلث ABC (5 درجات)

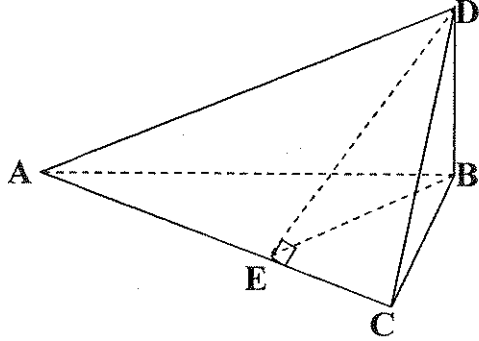
$$\overline{DE} \perp \overline{AC}, \overline{DB} \perp (ABC), DB = 5\text{cm}, AB = 10\text{cm}, m(\hat{BAC}) = \frac{\pi}{6}$$

BE (1) : أوجد $\overline{BE} \perp \overline{AC}$,

(2) قياس الزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC

البرهان:

(1) في المستوى ABC:



$$\therefore \overline{BE} \perp \overline{AC} \rightarrow \therefore m(\hat{BEA}) = \frac{\pi}{2}$$

$$\therefore m(\hat{BAC}) = \frac{\pi}{6} \rightarrow \Delta AEB \text{ مثلث قائم الزاوية عند E}$$

$$\therefore BE = \frac{1}{2} AB = 5 \text{ cm}$$

(2) $\overleftrightarrow{AC}$ هو خط تقاطع المستويين BAC , DAC

$$\overline{BE} \perp \overline{AC} : \text{في المستوى BAC}$$

$$\overline{DE} \perp \overline{AC} : \text{في المستوى DAC}$$

$\therefore \overleftrightarrow{AC}$ حافة الزاوية الزوجية بين المستويين

$\therefore$ الزاوية المستوية للزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC هي $\hat{BED}$

$$\therefore \overline{DB} \perp (ABC), \overline{BE} \subset (ABC) \rightarrow \therefore \overline{DB} \perp \overline{BE}$$

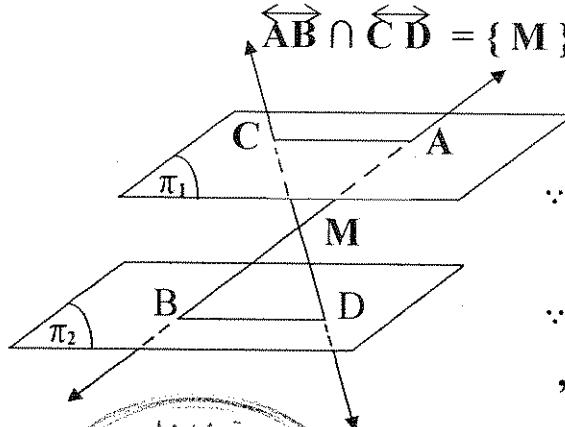
$$m(\hat{BED}) = \frac{\pi}{4} \leftarrow \Delta DBE \text{ قائم الزاوية في B وهو متطابق الضلعين}$$

$\therefore$ قياس الزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC هي $\frac{\pi}{4}$

نموذج الإجابة

السؤال الثالث :

(5 درجات) (a) في الشكل المقابل π_1, π_2 مستويان متوازيان، M نقطة واقعة بينهما



حيث: $\overrightarrow{AB} \cap \overrightarrow{CD} = \{M\}$, $A, C \in \pi_1$, $B, D \in \pi_2$
 أثبت أن $\frac{AM}{BM} = \frac{AC}{BD}$

البرهان:

$$\therefore \overrightarrow{AB} \cap \overrightarrow{CD} = \{M\}$$

$\therefore$ يعينان مستوى وحيد هو (ADBC)

$$\therefore (ADBC) \cap \pi_1 = \overrightarrow{CA}$$

$$, (ADBC) \cap \pi_2 = \overrightarrow{BD}$$

$$\therefore \pi_1 \parallel \pi_2$$

$$\therefore \overrightarrow{CA} \parallel \overrightarrow{BD}$$

في المستوى ADBC:

$$\Delta BMD \sim \Delta AMC \quad (\text{لتطابق زواياهما})$$

وينتج أن:

$$\frac{AM}{BM} = \frac{AC}{BD}$$



(5 درجات) (b) حل المعادلة: $2 \cos x \sin x - \cos x = 0$, $x \in [0, 2\pi)$

الحل:

$$\cos x (2 \sin x - 1) = 0$$

$$\therefore \cos x = 0 \quad \text{or} \quad 2 \sin x - 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{\pi}{2}, x = \frac{3\pi}{2} \quad \left| \quad \sin x = \frac{1}{2} \right.$$

نفرض α هي زاوية الإسناد حيث $\sin \alpha = |\sin x|$

$$= \left| \frac{1}{2} \right| = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$\therefore \sin x > 0$$

$\therefore x$ تقع في الربع الأول أو الثاني

$$x = \alpha = \frac{\pi}{6} \quad \text{في الربع الأول:}$$

$$x = \pi - \alpha = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6} \quad \text{في الربع الثاني:}$$

$$\therefore \text{حل المعادلة هو: } x = \frac{\pi}{2}, x = \frac{3\pi}{2}, x = \frac{\pi}{6}, x = \frac{5\pi}{6}$$

(4 درجات)

السؤال الرابع: (a) أثبت صحة المتطابقة : $\frac{\sec^2 x - 1}{\sin x} = \tan x \cdot \sec x$

الحل:

1

$$\frac{\sec^2 x - 1}{\sin x} = \frac{\sec^2 x - 1}{\sin x} = \frac{\tan^2 x}{\sin x}$$

1

$$= \frac{\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}{\sin x}$$

1/2

$$= \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \times \frac{1}{\sin x}$$

1/2

$$= \frac{\sin x}{\cos^2 x}$$

1/2 + 1/2

$$= \frac{\sin x}{\cos x} \times \frac{1}{\cos x} = \tan x \cdot \sec x = \text{الطرف الأيمن}$$

(3 درجات)

$${}_nC_2 = 105$$

(b) 1 حل المعادلة :

الحل:

1

$$\frac{n!}{(n-2)! \times 2!} = 105$$

1/2

$$\frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)! \times 2!} = 105$$

1/2

$$n(n-1) = 210$$

1/2 + 1/2

$$n(n-1) = 15 \times 14 \longrightarrow n = 15$$



2 يستخدم حوالي 11% من الطلاب في أحد المدارس اليد اليسرى للكتابة.

يوجد في أحد الصفوف 30 طالبا، فما احتمال أن يكون 4 طلاب من هذا الصف يستخدمون اليد

اليسرى للكتابة.

(3 درجات)

نفرض الحدث A : استخدام اليد اليسرى في الكتابة

الحل:

الحدث B : عدم استخدام اليد اليسرى في الكتابة

الحدث E : 4 طلاب يستخدمون اليد اليسرى في الكتابة

1/2 + 1/2

$$P(A) = m = \frac{11}{100} = 0.11, \quad P(B) = 1 - m = 0.89$$

1/2

للحدث E يكون $k = 4, n = 30$

فيكون احتمال أن يكون 4 طلاب من هذا الصف يستخدمون اليد اليسرى للكتابة هو

1/2

$$P(E) = {}_nC_k (m)^k (1-m)^{n-k}$$

1/2

$$= {}_{30}C_4 (0.11)^4 (0.89)^{26}$$

1/2

$$= 0.19388$$

نموذج الإجابة

القسم الثاني - البنود الموضوعية

- أولاً: في البنود من (1- 4) عبارات ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) إذا كان: $x i^2 + 3 y i = 5 + 3 i^5$ فإن $(x, y) = (-5, 1)$

(2) الدالة: $y = a \tan bx$ دالة دورية دورتها $\frac{\pi}{2b}$

(3) $\cos 6x = 2 \cos^2 3x - 1$

- (4) إذا توازي مستقيمان ومر بهما مستويان متقاطعان فإن تقاطعهما هو مستقيم يوازي كلا من هذين المستقيمين

ثانياً: في البنود من (5- 10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(5) الصورة المثلثية للعدد $z = 2 - 2\sqrt{3} i$ حيث $\theta \in [0, \pi)$ هي:

- (a) $z = 4 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$ (b) $z = 4 \left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right)$
(c) $z = 4 \left(\cos \frac{-\pi}{3} + i \sin \frac{-\pi}{3} \right)$ (d) $z = 4 \left(\cos \frac{5\pi}{3} - i \sin \frac{5\pi}{3} \right)$

(6) يمثل بيان الدالة: $f(x) = 2 \cos(x) - 1$ لمنحنى الدالة $g(x) = \cos x$:

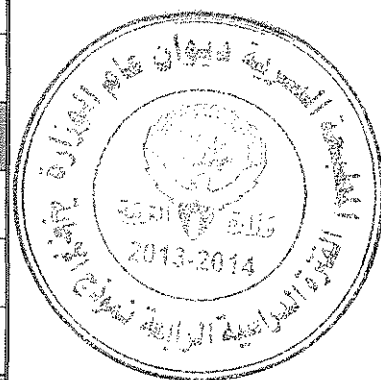
- (a) انكماشاً رأسياً بمعامل $\frac{1}{2}$ وإزاحة إلى أعلى بمقدار وحدة واحدة
(b) تمديداً رأسياً بمعامل 2 وإزاحة إلى أعلى بمقدار وحدة واحدة
(c) انكماشاً رأسياً بمعامل $\frac{1}{2}$ وإزاحة إلى أسفل بمقدار وحدة واحدة
(d) تمديداً رأسياً بمعامل 2 وإزاحة إلى أسفل بمقدار وحدة واحدة



نموذج الإجابة

ورقة إجابة الموضوعي

السؤال	الإجابة			
(1)	a	b	c	d
(2)	a	b	c	d
(3)	a	b	c	d
(4)	a	b	c	d
(5)	a	b	c	d
(6)	a	b	c	d
(7)	a	b	c	d
(8)	a	b	c	d
(9)	a	b	c	d
(10)	a	b	c	d



لكل بند درجة واحدة فقط

